



*Θέματα Προαγωγικών και Απολυτηρίων εξετάσεων
Γυμνασίων του Νομού Δωδεκανήσου
Σχολικό Έτος: 2012-2013*

Επιμέλεια: Καραγιάννης Ιωάννης, Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών Ν. Δωδεκανήσου

Περιεχόμενα

<i>Πρόλογος.....</i>	<i>3</i>
<i>Θέματα μαθηματικών Α' Γυμνασίου.....</i>	<i>4</i>
<i>Θέματα μαθηματικών Β' Γυμνασίου.....</i>	<i>67</i>
<i>Θέματα μαθηματικών Γ' Γυμνασίου.....</i>	<i>118</i>

Πρόλογος

Η παρούσα συλλογή θεμάτων εξετάσεων είναι αποτέλεσμα της συνεργασίας μου με τους συναδέλφους μαθηματικούς που υπηρετούν σε σχολικές μονάδες της Δ.Ε. του Νομού Δωδεκανήσου τους οποίους και θερμά ευχαριστώ.

Σε συνέχεια της περσινής συλλογής θεμάτων προστίθεται και αυτή ώστε να δημιουργηθεί μια ολοκληρωμένη τράπεζα θεμάτων που θα μπορεί να διευκολύνει τους συναδέλφους, αφού εύκολα θα μπορεί ο οποιοσδήποτε να αναζητήσει θέματα.

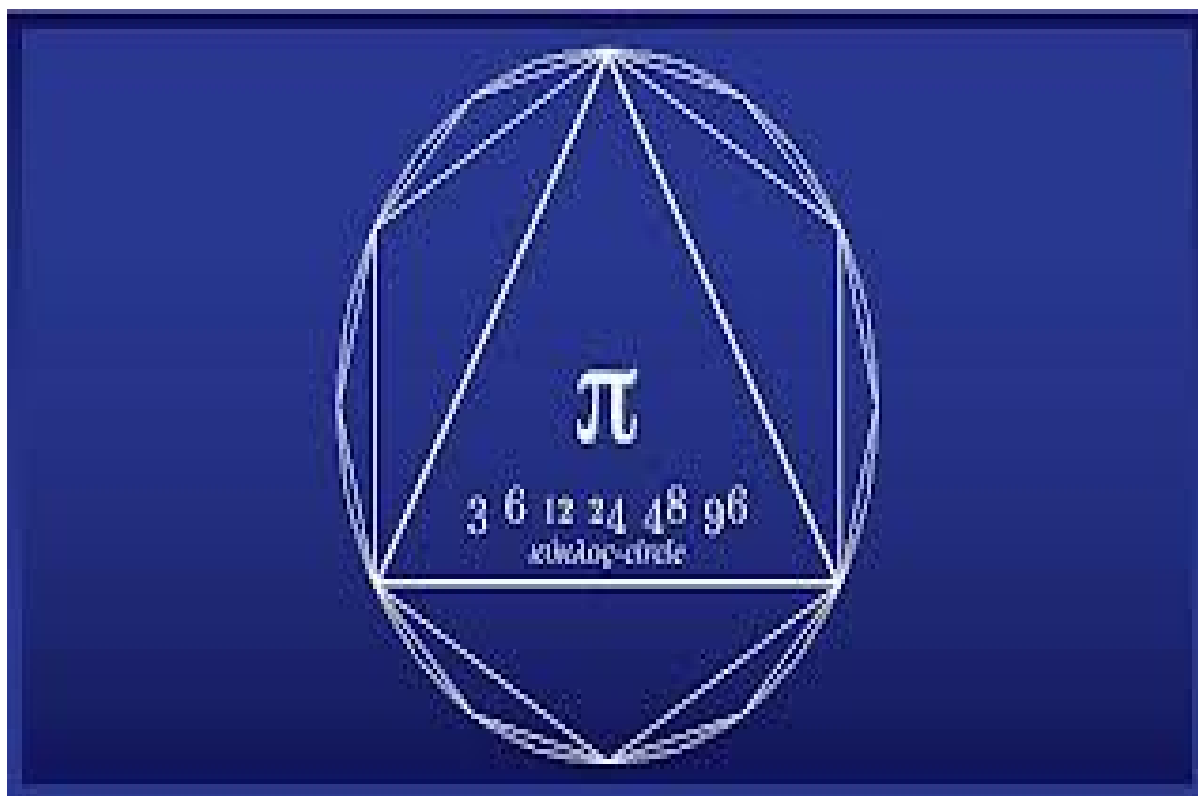
Τα θέματα των εξετάσεων δημοσιεύονται χωρίς να αναφέρεται η σχολική μονάδα, ο εισηγητής και ο διευθυντής του σχολείου για λόγους δεοντολογίας. Άλλωστε, η ουσία είναι η συλλογή των θεμάτων και τίποτα άλλο. Πολλά σχολεία βέβαια έχουν αναρτήσει τα θέματα στην ιστοσελίδα τους αλλά αυτό γίνεται με δική τους ευθύνη.

Η προσπάθεια αυτή θα συνεχιστεί ώστε να φτιαχτεί μια συλλογή θεμάτων διαχρονική και μεθοδικά τακτοποιημένη κατά τάξη και μάθημα.

Σημειώνω βέβαια ότι τα θέματα μεταφέρθηκαν όπως δόθηκαν στις σχολικές μονάδες από τους εισηγητές και χωρίς καμία παρέμβαση στο περιεχόμενό τους, εκτός από κάποιες μορφοποιήσεις κειμένων και σχημάτων που έγιναν για λόγους ομοιομορφίας.

Ρόδος, Σεπτέμβριος 2013

Καραγιάννης Ιωάννης
Σχολικός Σύμβουλος ΠΕ03
Ν. Δωδεκανήσου



Θέματα Α΄ Γυμνασίου

(29 Διαγωνίσματα)

Α.ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

Να απαντήσετε μόνο σε ένα από τα δύο θέματα θεωρίας.

Θέμα 1ο

- A) Τι εκφράζει η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού α ;
- B) Ποια είναι η απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού α όταν I) $\alpha > 0$, II) $\alpha = 0$ και III) $\alpha < 0$;
- Γ) Πότε δύο αριθμοί ονομάζονται αντίθετοι;

Θέμα 2ο

- A) Ποιες γωνίες ονομάζονται εφεξής; Να γίνει σχήμα.
- B) Ποιες γωνίες ονομάζονται κατακορυφήν και τι σχέση έχουν αυτές μεταξύ τους; Να κάνετε το σχήμα.
- Γ) Τι ονομάζεται μεσοκάθετος ενός ευθυγράμμου τμήματος και ποια είναι η ιδιότητα των σημείων της ;

Β. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Να απαντήσετε μόνο σε δύο από τα τρία θέματα ασκήσεων

Άσκηση 1^η

A) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης : $K = \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{2}\right) : \frac{1}{2}$

B) Ομοίως την τιμή της παράστασης : $\Lambda = 2 \cdot (10^3 + 2^3)$

Γ) Να δείξετε ότι η τιμή της παράστασης $\Lambda : K$ διαιρείται συγχρόνως με το 2 και με το 9, όπου K και Λ οι τιμές που έχετε βρει.

Άσκηση 2^η

Τα ποσά x, y είναι ανάλογα με συντελεστή αναλογίας $\frac{2}{3}$.

A) Να γράψετε τη σχέση που συνδέει τα ποσά x, y και να συμπληρώσετε τον πίνακα :

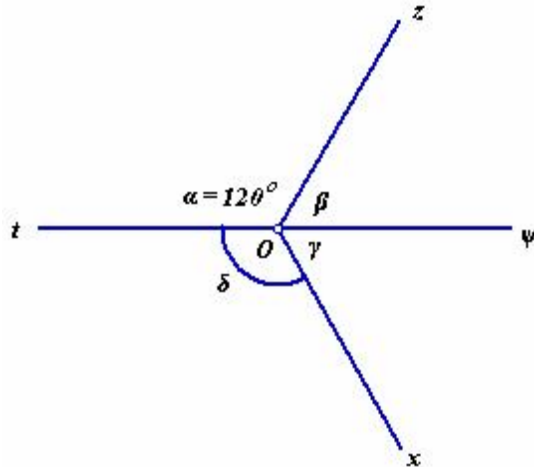
x	0	3		
y			4	6

B) Να κάνετε τη γραφική παράσταση της παραπάνω σχέσης

Γ) Να εξετάσετε αν τα παρακάτω σημεία ανήκουν στη γραφική παράσταση που σχεδιάσατε. Α (16,24) , Β(10, $\frac{20}{3}$) και Γ(24,12)

Άσκηση 3η

Α) Να υπολογιστούν οι γωνίες β , γ , δ του παρακάτω σχήματος αν γνωρίζουμε ότι η Οψ είναι διχοτόμος της γωνίας xÔz.



Β) Να υπολογιστεί η συμπληρωματική γωνία της γωνίας β . Τι είδος γωνία είναι;

Όλα τα θέματα να απαντηθούν στην κόλλα αναφοράς

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

Επιλέγετε και απαντάτε σε ένα (1) από τα δύο θέματα θεωρίας

ΘΕΜΑ 1^ο

- α) Πότε δύο ρητοί αριθμοί ονομάζονται ομόσημοι και πότε ετερόσημοι;
Δώστε ένα παράδειγμα ομόσημων αριθμών και ένα ετερόσημων.
- β) Το άθροισμα δύο αντίθετων αριθμών είναι ίσο με _____.
Το γινόμενο δύο αντίστροφων αριθμών είναι ίσο με _____.
Δώστε ένα παράδειγμα αντίθετων αριθμών και ένα αντίστροφων αριθμών.
- γ) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) σωστό ή (Λ) λάθος.
- | | |
|--------------------------------|---------------------------|
| i) $3 - 3 = 0$ | ii) $-2 + 2 = 4$ |
| iii) $2 \cdot \frac{1}{2} = 0$ | iv) $(+3) \cdot (-3) = 0$ |

ΘΕΜΑ 2^ο

- α) Πότε δύο γωνίες ονομάζονται συμπληρωματικές;
- β) Να βρείτε την παραπληρωματική της γωνίας 72° .
- γ) Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:
- i) _____ γωνίας ονομάζεται η ημιευθεία που έχει αρχή την κορυφή της γωνίας και τη χωρίζει σε δύο ίσες γωνίες.
- ii) Κατακορυφήν γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν κοινή _____ και τις πλευρές τους _____ ημιευθείες.

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Επιλέγετε και λύνετε **δύο (2)** από τις τρεις (3) ασκήσεις

ΘΕΜΑ 1^ο

Να υπολογιστούν οι παραστάσεις

- i) $A = 5^2 - 4^2 + 3$ και $B = 4(2^3 - 5) + 24 : 3$
- ii) Να απλοποιηθεί το κλάσμα $\frac{A}{B}$ μέχρι να γίνει ανάγωγο.
- iii) Να αναλυθούν οι αριθμοί A και B σε γινόμενο πρώτων παραγόντων (όπου A και B είναι οι αριθμοί που βρήκατε στο ερώτημα i)

ΘΕΜΑ 2^ο

Στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε μια μόνο από τις προτεινόμενες απαντήσεις.

i) Η τιμή της παράστασης $-3 \cdot (6+2-5)$ ισούται με

- α) 9 β) 15 γ) 27 δ) -9

ii) Η τιμή της παράστασης $(-1)(-1)(-1)$ ισούται με

- α) 3 β) -1 γ) 1 δ) -3

iii) Η τιμή της παράστασης $\frac{(-1)(-3)(-2)}{-6}$ ισούται με

- α) 0 β) 1 γ) -1 δ) -2

ΘΕΜΑ 3^ο

i) Σε ένα ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ, η μία γωνία που αντιστοιχεί στη βάση του είναι $B=75^\circ$.

Να βρεις τις υπόλοιπες γωνίες του τριγώνου και να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.

ii) Στο παρακάτω σχήμα έχουμε $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$ και $A = 90^\circ$.

Να υπολογίσετε τις γωνίες γ , β , δ .

ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΙΝΑΙ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ**ΘΕΜΑ Α**

A1. Πότε δυο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα ή ίσα ; Να γράψετε δυο κλάσματα που είναι ισοδύναμα.

A2. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά ώστε να προκύψουν σωστές προτάσεις.

α. Δυο αριθμοί λέγονται αντίστροφοι , όταν

β. Ομόνυμα κλάσματα λέγονται εκείνα που έχουν

γ. Για να πολλαπλασιάσουμε δυο κλάσματα

A3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες.

α. Το κλάσμα που δεν μπορεί να απλοποιηθεί άλλο λέγεται ανάγωγο.

β. Για να συγκρίνω ετερόνυμα κλάσματα συγκρίνω τους αριθμητές των κλασμάτων.

γ. Για να αφαιρέσω δυο ετερόνυμα κλάσματα πρέπει πρώτα να τα κάνω ομόνυμα.

ΘΕΜΑ Β

A1. Πότε δυο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές; Αν μια γωνία είναι 65° πόσες μοίρες είναι η παραπληρωματική της;

A2. Να αντιστοιχίσετε κάθε γωνία ω της στήλης Α με την ονομασία της από τη στήλη

B.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
α. $\omega = 180^\circ$	1. Πλήρης γωνία
β. $\omega < 90^\circ$	2. Μηδενική γωνία
γ. $\omega = 0^\circ$	3. Αμβλεία γωνία
δ. $\omega = 360^\circ$	4. Ευθεία γωνία
ε. $90^\circ < \omega < 180^\circ$	5. Οξεία γωνία

A3. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά ώστε να προκύψει σωστή πρόταση.

Εφεξής γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν την κορυφή , μια κοινή..... και δεν έχουν κανένα άλλο κοινό

Β. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΘΕΜΑ Α

Δίνονται οι παραστάσεις

$$\alpha = 2 \cdot 3^2 + 2 \cdot (3^3 - 5^2)^3 - (3^2 - 2 \cdot 4)^{2013}$$

$$\beta = 4^2 \div 2 + (15 + 5) \div 4 - 8$$

A1. Να αποδειχθεί ότι $\alpha = 33$

A2. Να αποδειχθεί ότι $\beta = 5$

A3. Ποιος αριθμός από τους α και β είναι πρώτος και ποιος σύνθετος;

ΘΕΜΑ Β

Να εκτελέσετε τις παρακάτω πράξεις

$$\alpha. \frac{2}{3} + \frac{5}{3}, \beta. \frac{6}{5} + \frac{3}{4}, \gamma. \frac{2}{13} + \frac{5}{3}, \epsilon. \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{2} + \frac{3}{4} + \frac{7}{5}, \sigma\tau. \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{3}{2} - 1\right)$$

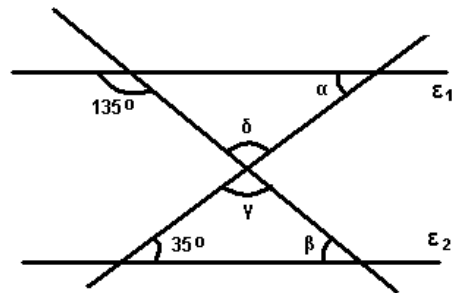
ΘΕΜΑ Γ

Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι παράλληλες. Να υπολογίσετε

A1. Τις γωνίες α και β

A2. Τις γωνίες γ και δ .

Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



**ΝΑ ΕΠΙΛΕΞΕΤΕ ΜΙΑ ΑΠΟ ΤΙΣ ΔΥΟ ΘΕΩΡΙΕΣ ΚΑΙ
ΔΥΟ ΑΠΟ ΤΙΣ ΤΡΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ**

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

1. Πότε δύο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα ή ίσα;
2. Πότε ένα κλάσμα λέγεται ανάγωγο;
3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας την λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.
 - α) Για να διαιρέσουμε δύο κλάσματα πρέπει πρώτα να τα μετατρέψουμε σε ομώνυμα.
 - β) Όταν πολλαπλασιαστούν οι όροι ενός κλάσματος με τον ίδιο φυσικό αριθμό ($\neq 0$) προκύπτει κλάσμα ισοδύναμο.
 - γ) Τα κλάσματα $\frac{\gamma}{\delta}$ και $\frac{\delta}{\gamma}$ είναι αντίστροφα. ($\gamma, \delta \neq 0$)
 - δ) Μεταξύ δύο κλασμάτων με τον ίδιο αριθμητή μεγαλύτερο είναι εκείνο με τον μεγαλύτερο παρονομαστή.

ΘΕΜΑ 2^ο

1. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές;
2. Πότε δύο γωνίες λέγονται κατακορυφήν;
3. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας την λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.
 - α) Δύο ευθείες είναι κάθετες όταν οι γωνίες που σχηματίζουν αυτές τεμνόμενες, είναι ορθές.
 - β) Εφεξής γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν την ίδια κορυφή.
 - γ) Δύο κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες.
 - δ) Αμβλεία λέγεται κάθε γωνία με μέτρο μικρότερο των 90° .

Β. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = 10^2 - 2(3^2 + 1) + (4 \cdot 5 - 2^3) - 20^1 \quad \text{και} \quad B = 3 \cdot (4^2 + 2 \cdot 5) - (2^4 + 4) : 2 - 9 + 1^{50}$$

1. Να αποδείξετε ότι: $A=72$ και $B=60$
2. Να βρείτε το $\text{ΕΚΠ}(A, B)$ και το $\text{ΜΚΔ}(A, B)$ όπου A και B τα αποτελέσματα του ερωτήματος 1.
3. Να εξετάσετε αν ο αριθμός $\Gamma=A+B$ όπου A και B τα αποτελέσματα του ερωτήματος 1, διαιρείται συγχρόνως με το 2 και το 3 .

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4}, \quad B = \left(1 \frac{1}{2} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) : \frac{5}{3} \quad \text{και} \quad \Gamma = \frac{\frac{1}{5} : 2}{\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3}}$$

1. Να αποδείξετε ότι $A = \frac{1}{2}$, $B = \frac{3}{5}$ και $\Gamma = \frac{1}{5}$
2. Να συγκρίνετε τα κλάσματα A και B .
3. Να μετατρέψετε το κλάσμα Γ σε ποσοστό επί τοις εκατό.

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες και τέμνονται από τις δ_1 και δ_2 . Επίσης $\hat{\alpha} = 135^\circ$ και $\hat{\beta} = 60^\circ$.

Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\gamma}$, $\hat{\delta}$, $\hat{\varepsilon}$, $\hat{\zeta}$, $\hat{\eta}$. Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

- α) Τι είναι παραλληλόγραμμο;
 - β) Τι είναι ρόμβος;
 - γ) Τι είναι τραπέζιο;
- Να κάνετε ένα σχήμα σε κάθε περίπτωση.

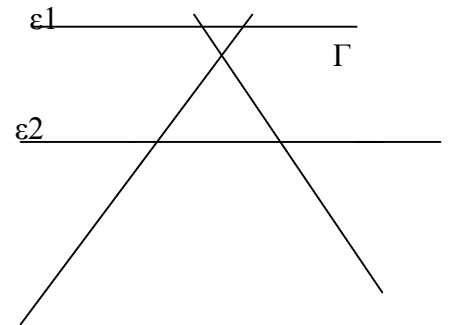
ΘΕΜΑ Β

- α) Πότε δύο κλάσματα λέγονται αντίστροφα;
 - β) Πότε ένα κλάσμα λέγεται σύνθετο;
 - γ) Πότε ένα κλάσμα λέγεται ανάγωγο;
- Να δώσετε ένα παράδειγμα σε κάθε περίπτωση.

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

1. Στο σχήμα είναι $\epsilon_1 // \epsilon_2$.

- α) Να υπολογίσετε τις γωνίες α, β, γ και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.
- β) Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση στην παρακάτω ερώτηση.
Το τρίγωνο που σχηματίζεται είναι:
1.σκαληνό 2.ισοσκελές 3. Ισόπλευρο



2.

x	3	4	
y	6		1

Ο παραπάνω πίνακας αντιπροσωπεύει τα ανάλογα ποσά.

- α) Να βρεθεί ο συντελεστής αναλογίας.
- β) Να συμπληρωθεί ο πίνακας.
- γ) Να βρεθεί η σχέση που αντιπροσωπεύει τα ανάλογα ποσά και να γίνει η γραφική παράσταση της σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων.

3. Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = 3(-1+5) - 2^2(-3+2) - 10 \text{ και } B = 2^3(-1+\frac{3}{2}) - (\frac{1}{2} - \frac{2}{3})$$

- α) Να αποδείξετε ότι $A=6$ και $B=\frac{25}{6}$
- β) Να απλοποιήσετε το σύνθετο κλάσμα $\frac{A}{B}$
- γ) Μεταξύ ποιων φυσικών ακέραιων βρίσκεται ο $\frac{A}{B}$;
- δ) Να λυθεί η εξίσωση $Ax=B$

Να γράψετε μια μόνο θεωρία και δύο ασκήσεις. Τα θέματα είναι ισοδύναμα.

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (επιλέξτε μόνο ένα θέμα)

ΘΕΜΑ 1^ο

- A. Τι ονομάζουμε Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο (ΕΚΠ) δύο ή περισσότερων αριθμών;
 B. Σημειώστε σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) για τα παρακάτω:
1. Ο αριθμός 17 είναι πρώτος αριθμός
 2. Οι αριθμοί 5 και 20 είναι πρώτοι αριθμοί μεταξύ τους
 3. Ο αριθμός 23 είναι σύνθετος αριθμός
 4. Ο αριθμός 47682 διαιρείται με το 9

ΘΕΜΑ 2^ο

- A. Τι λέγεται διάμεσος σε ένα τρίγωνο;
 B. Συμπληρώστε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:
1. Αν ένα τρίγωνο έχει μία γωνία μεγαλύτερη της ορθής, τότε λέγεται
 2. Αν όλες οι πλευρές ενός τριγώνου είναι άνισες, τότε το τρίγωνο λέγεται.....
 3. Το ευθύγραμμο τμήμα που φέρνουμε από μία κορυφή ενός τριγώνου κάθετο στην ευθεία της απέναντι πλευράς, λέγεται

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ (επιλέξτε μόνο δύο (2) ασκήσεις)

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

A) Να υπολογίσετε τις παραστάσεις:

$$A = \frac{8}{3} + \frac{2}{3} \cdot 5 - \frac{5}{2} : \frac{5}{3} - \frac{23}{6}$$

$$B = 3 - 3 \cdot \left(\frac{5}{4} - 1 + \frac{1}{2} \right)$$

B) Για $A = \frac{2}{3}$ και $B = \frac{3}{4}$, τότε:

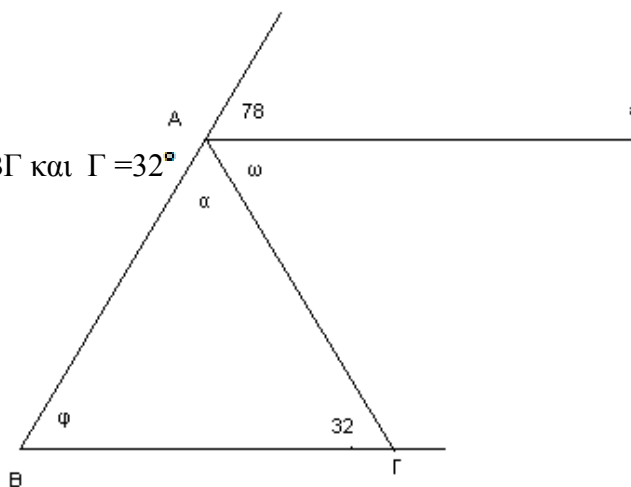
1. να συγκρίνετε τα κλάσματα A και B
2. να βρείτε ένα κλάσμα μεταξύ των A και B

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Στο διπλανό σχήμα, ισχύει: $A\varepsilon \parallel B\Gamma$ και $\Gamma = 32^\circ$

Να υπολογίσετε τις γωνίες :

- A) $\omega =$;
 B) $\varphi =$;
 Γ) $\alpha =$;



ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Ο πληθυσμός ενός νησιού, σαν το δικό μας, το έτος 2003 ήταν 20000 κάτοικοι περίπου. Σήμερα, λόγω της μετανάστευσης κυρίως, ο πληθυσμός μειώθηκε στους 15000 κατοίκους.

A) Να βρείτε το ποσοστό μείωσης του πληθυσμού.

B) Αναμένεται ο πληθυσμός να μειωθεί κι άλλο μέχρι το έτος 2015, κατά 10% σε σχέση με το σήμερα. Να βρείτε τι πληθυσμός θα έχει απομείνει το 2015.

Γ) Να βρείτε το ποσοστό μείωσης του πληθυσμού που αναμένεται να έχει το νησί από το 2003 έως το 2015.

ΘΕΩΡΙΑ: Να επιλέξεις και να απαντήσεις μόνο ένα από τα δύο επόμενα θέματα θεωρίας.

ΘΕΜΑ 1°

α) Να συμπληρώσεις τους επόμενους ορισμούς:

- i) Πρώτοι λέγονται οι αριθμοί που.....
 ii) Σύνθετοι λέγονται οι αριθμοί που
 iii) Πρώτοι μεταξύ τους λέγονται δύο αριθμοί που

β) Να δώσεις ένα παράδειγμα σε κάθε ένα από τους προηγούμενους ορισμούς.

ΘΕΜΑ 2°

α) Να συμπληρώσεις τους επόμενους ορισμούς:

- i) Παραπληρωματικές λέγονται δύο γωνίες που
 ii) Συμπληρωματικές λέγονται δύο γωνίες που

β) Να αντιστοιχίσεις τα μέτρα των γωνιών με τα είδη τους:

<u>Μέτρο γωνίας</u>	<u>Είδος γωνίας</u>
1. 115°	A. Μηδενική
2. 210°	B. Οξεία
3. 48°	Γ. Μη κυρτή
4. 90°	Δ. Ευθεία
5. 180°	E. Αμβλεία
6. 0°	ΣΤ. Πλήρης
7. 360°	Z. Ορθή

ΑΣΚΗΣΕΙΣ: Να επιλέξεις και να λύσεις μόνο δύο από τις επόμενες τρεις ασκήσεις.

ΑΣΚΗΣΗ 1"

Είναι: $\alpha = 8^2 - 2 \cdot (5 - 2)^3$ και $\beta = \left(\frac{4}{5} + \frac{1}{2}\right) : \frac{13}{20}$.

α) Να δείξεις ότι: $\alpha = 10$.

β) Να δείξεις ότι: $\beta = 2$.

γ) Να λύσεις την εξίσωση: $x - \beta = \alpha$

ΑΣΚΗΣΗ 2"

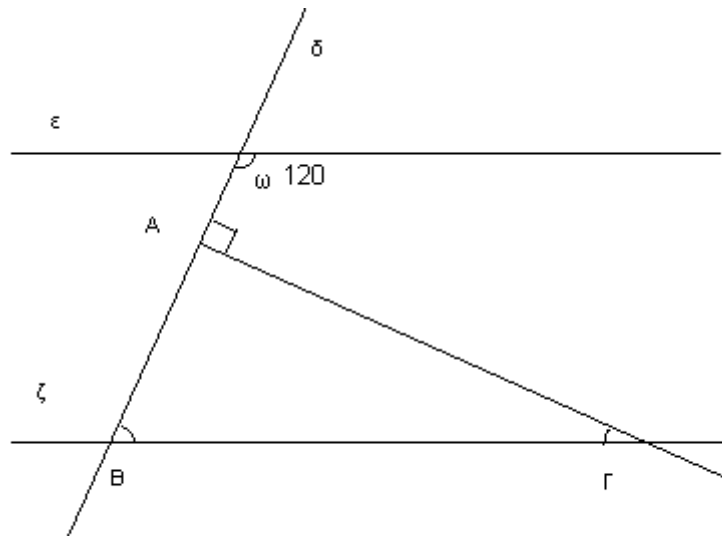
Η Άννα αγόρασε ένα ζευγάρι παπούτσια που είχε 60 ευρώ με έκπτωση 20%.

α) Πόσο πλήρωσε για τα παπούτσια;

β) Αν πλήρωσε για τα παπούτσια 48 ευρώ κι αυτά ήταν τα $\frac{2}{3}$ από τα χρήματα που είχε μαζί της, πόσα της περίσσεψαν;

ΑΣΚΗΣΗ 3"

Στο παρακάτω σχήμα να υπολογίσεις τις γωνίες Β και Γ του τριγώνου ΑΒΓ. Οι ευθείες ε και ζ είναι παράλληλες και η ΑΓ είναι κάθετη στην ευθεία δ. Δίνεται η γωνία $\omega = 120^\circ$.



A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

α) Αν Δ , δ , π και ν είναι ο διαιρετέος, ο διαιρέτης, το πηλίκο και το υπόλοιπο αντίστοιχα της Ευκλείδειας διαίρεσης, να γράψετε τη σχέση που τα συνδέει και να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

$\nu \dots \delta$

αν η διαίρεση είναι τέλεια, τότε $\nu = \dots$

β) Πότε ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 5;

γ) Πότε ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το 9;

ΘΕΜΑ 2^ο

α) Τι λέγεται μεσοκάθετος ενός ευθυγράμμου τμήματος.

β) Ποια ιδιότητα έχουν τα σημεία της μεσοκαθέτου ενός ευθυγράμμου τμήματος;

γ) Χρησιμοποιώντας γεωμετρικά όργανα, να σχεδιάσετε ένα ευθύγραμμο τμήμα $AB=6$ εκ. και να φέρεται τη μεσοκάθετό του.

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΑΣΚΗΣΗ 1

α) Να υπολογισθούν οι αριθμητικές τιμές των παραστάσεων:

$$A = 15 \cdot 7 - 2 - (2^3 \cdot 6 - 4 \cdot 3^2) : 4, \quad B = \frac{2}{3} - \frac{1}{15} : \frac{8}{5}, \quad \Gamma = 3 - 2 \cdot \left(\frac{3}{4} - \frac{2}{3} \right) - \frac{5}{6}$$

β) Να αποδείξετε ότι : $A = 16 \cdot B + 45 \cdot \Gamma$

όπου A, B, Γ οι τιμές των παραστάσεων που βρήκατε στο προηγούμενο ερώτημα.

ΑΣΚΗΣΗ 2

720 θεατές παρακολούθησαν μια θεατρική παράσταση. Τα $\frac{3}{5}$ των θεατών ήταν γυναίκες, το

30% ήταν άνδρες και οι υπόλοιποι ήταν παιδιά.

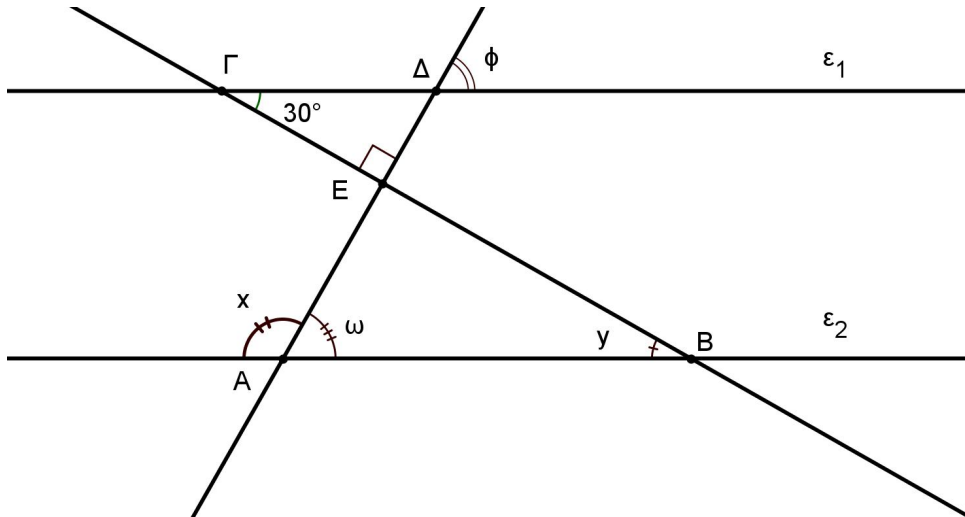
α) Να βρείτε πόσοι ήταν οι άνδρες και πόσες οι γυναίκες.

β) Να βρείτε πόσα είναι τα παιδιά και ποιο είναι το ποσοστό % τους στο σύνολο των θεατών.

γ) Αν 24 € κοστίζει το κανονικό εισιτήριο και τα παιδιά πληρώνουν το μισό εισιτήριο, να βρείτε πόσα ευρώ (€) ήταν τα έσοδα του θεάτρου.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι παράλληλες και τέμνονται από τις ευθείες ΓB και $\text{A}\Delta$. Αν οι γωνίες $\widehat{\Delta\Gamma\text{E}} = 30^\circ$ και $\widehat{\Gamma\text{E}\Delta} = 90^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\phi}$, \hat{x} , \hat{y} και $\hat{\omega}$. (Να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.)



Από τις 2 θεωρίες γράφουμε την ΜΙΑ και από τις 3 ασκήσεις γράφουμε τις ΔΥΟ.

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ**ΘΕΜΑ 1^ο**

A) Πότε ονομάζουμε δύο κλάσματα ισοδύναμα; Να δώσετε ένα παράδειγμα ισοδύναμων κλασμάτων.

B) Να σημειώσετε στην κόλλα σας ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι μαθηματικά σωστές βάζοντας ένα (Σ) και ποιές είναι μαθηματικά λανθασμένες βάζοντας ένα (Λ).

i) Από δύο ομώνυμα κλάσματα μεγαλύτερο είναι εκείνο που έχει το μικρότερο παρονομαστή.

ii) Αφαιρούμε δύο ομώνυμα κλάσματα αφαιρώντας τους αριθμητές τους και αφήνοντας τον ίδιο παρονομαστή.

iii) Το γινόμενο δύο κλασμάτων είναι το κλάσμα που έχει για αριθμητή το γινόμενο των παρονομαστών και παρονομαστή το γινόμενο των αριθμητών.

ΘΕΜΑ 2^ο

A) i) Τι ονομάζεται παραλληλόγραμμο;

ii) Τι ονομάζεται τραπέζιο;

B) Να σημειώσετε στην κόλλα σας ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι μαθηματικά σωστές βάζοντας ένα (Σ) και ποιές είναι μαθηματικά λανθασμένες βάζοντας ένα (Λ).

i) Σε κάθε ορθογώνιο παραλληλόγραμμο οι διαγώνιες είναι ίσες.

ii) Σε κάθε ρόμβο οι διαγώνιες είναι ίσες.

iii) Οι διαγώνιες ενός παραλληλογράμμου διχοτομούνται.

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**ΑΣΚΗΣΗ 1^η**

Δίνονται οι αριθμητικές παραστάσεις: $A = 5 \cdot 3^2 - 3 \cdot 2^3 + 3 \cdot 2^2$ και $B = (2^3 + 4^2) - 7 \cdot 2 + 2 : 2$.

i) Να αποδείξετε ότι: $A=33$ και $B=11$.

ii) Να βρείτε το μέγιστο κοινό διαιρέτη των A, B, δηλαδή τον ΜΚΔ (A,B).

iii) Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{B}{A}$.

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Ο πατέρας του Θεόφιλου του έδωσε χαρτζιλίκι 300 ευρώ. Από αυτά τα χρήματα ο Θεόφιλος χάλασε τα $\frac{2}{5}$ για να αγοράσει ρούχα. Με το $\frac{1}{6}$ των χρημάτων που του απέμειναν αγόρασε δύο βιβλία.

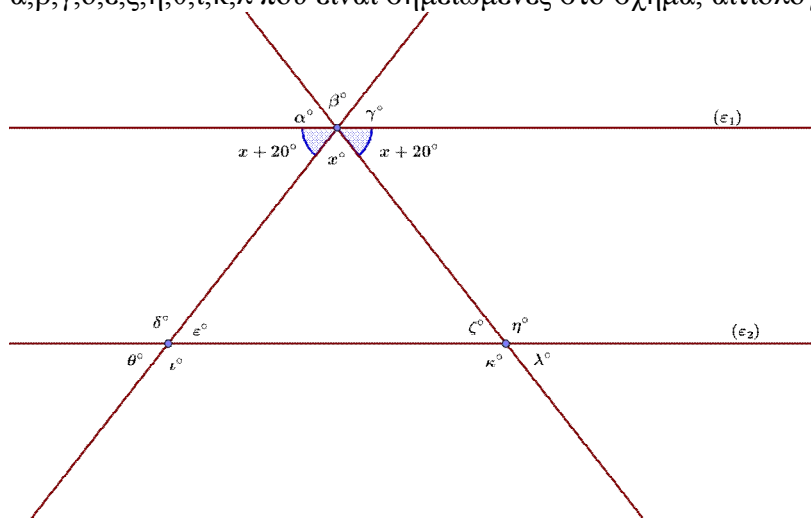
i) Πόσα ευρώ κόστισαν τα ρούχα που αγόρασε;

ii) Πόσο κόστισαν και τα δύο βιβλία που αγόρασε;

iii) Αν ο Θεόφιλος θελήσει να αποκτήσει και ένα σκληρό δίσκο υπολογιστή που κοστίζει 150 ευρώ, θα μπορέσει με τα χρήματα που απέμειναν να τον αγοράσει; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Στο σχήμα που ακολουθεί να υπολογίσετε το x και στη συνέχεια να βρείτε σε μοίρες τις γωνίες $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \epsilon, \zeta, \eta, \theta, \iota, \kappa, \lambda$ που είναι σημειωμένες στο σχήμα, αιτιολογώντας την απάντησή σας



Από τις 2 θεωρίες γράφουμε την ΜΙΑ και από τις 3 ασκήσεις γράφουμε τις ΔΥΟ.

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ**ΘΕΜΑ 1**

α) Να συμπληρώσετε με σωστό ή λάθος

I. Στο σημείο A (1,2) το 1 είναι η τεταγμένη

Σ Λ

II. Τα ποσά x και y είναι ανάλογα

x	2	4	6
y	5	10	20

Σ Λ

III. Τα ποσά x και y είναι αντιστρόφως ανάλογα

Σ Λ

IV.

x	1	2	3	6
y	6	3	2	1

Στη σχέση $y = 2 \cdot x$ τα ποσά x, y είναι ανάλογα Σ Λ

V. Τα σημεία A(2,0) και B(4,0) βρίσκονται στον ημιάξονα Ox

Σ Λ

β) Πόσες μοίρες είναι το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου;

ΘΕΜΑ 2

α) Ποιες γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές ;

β) Ποιες γωνίες ονομάζονται κατακορυφήν ;

γ) Οι κατακορυφήν γωνίες είναι ίσες ;

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**ΘΕΜΑ 1**

Να γίνουν οι πράξεις

i. $\frac{3}{5} + \frac{4}{5} =$

ii. $3 - \frac{1}{2} - \frac{1}{3} () =$

iii. $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} \cdot \frac{1}{2} =$

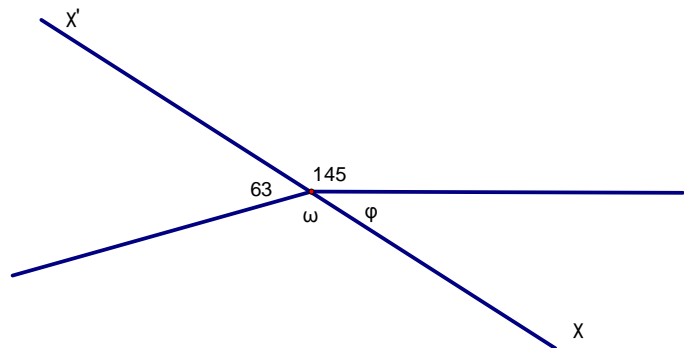
$\frac{3}{5} : 2 + \frac{1}{2} : \frac{1}{3} =$

ΘΕΜΑ 2

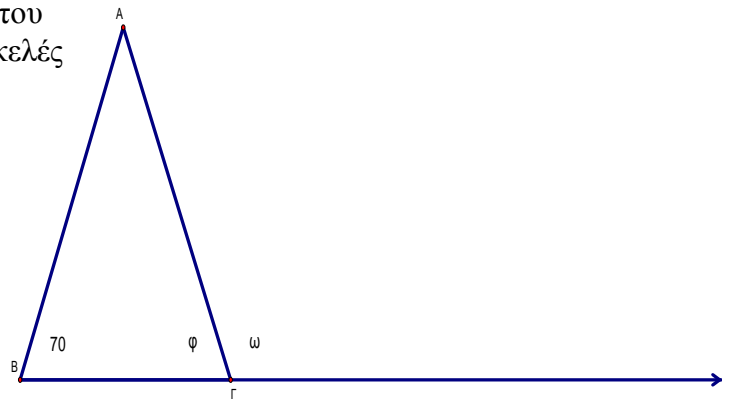
- α) Να λύσετε την εξίσωση $2 \cdot x + 6 = 12$
β) Να υπολογίσετε το γινόμενο $(-1) \cdot (+2) \cdot (-2) \cdot (-4) \cdot (+4)$
γ) Να υπολογίσετε την παράσταση $(-5+2) - (3-7+1)$

ΘΕΜΑ 3

- α) Να υπολογίσετε τις γωνίες ω και φ του διπλανού σχήματος



- β) Να υπολογίσετε τις γωνίες φ και ω και A του παρακάτω σχήματος. Το τρίγωνο είναι ισοσκελές



Από τις 2 θεωρίες γράφουμε την ΜΙΑ και από τις 3 ασκήσεις γράφουμε τις ΔΥΟ.

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ**Θεωρία 1^η**

(Α) Πότε δύο κλάσματα είναι ισοδύναμα;

Πως δημιουργούμε ισοδύναμα κλάσματα; Αναφέρετε ένα παράδειγμα.

(Β) Τι ονομάζουμε αντίστροφα κλάσματα; Αναφέρετε ένα παράδειγμα.

(Γ) 1. Αν αφαιρέσουμε απο τους όρους ενός κλάσματος τον ίδιο αριθμό το κλάσμα που θα προκύψει είναι ισοδύναμο με το αρχικό; Δικαιολογείστε την απάντησή σας με ένα παράδειγμα.

2. Αν πολλαπλασιάσουμε τους όρους ενός κλάσματος με τον ίδιο φυσικό αριθμό θα προκύψει ισοδύναμο κλάσμα; Δικαιολογείστε την απάντησή σας με ένα παράδειγμα.

Θεωρία 2^η

(Α) Ποιές γωνίες ονομάζουμε εφεξής; Σχεδιάστε ένα παράδειγμα.

(Β) Ποιές γωνίες ονομάζουμε κατακορυφήν; Σχεδιάστε ένα παράδειγμα.

(Γ) Ποιές γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές και ποιές συμπληρωματικές.

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**Άσκηση 1^η**

Να υπολογίσετε τις παραστάσεις.

$$(α) A = 2 \cdot \left(\frac{7}{3} - \frac{1}{2} \right) + 9 \cdot \left(\frac{5}{7} + \frac{1}{4} \right)$$

$$(β) B = 3 \cdot (7^2 - 6 \cdot 2^3)^{2013} + 2^4 \cdot (6^2 - 3^2 \cdot 4)^{100} - 1$$

(γ) Αν δίνεται ότι $A = 13$ και $B = 2$ να υπολογιστεί η τιμή της παράστασης

$$\Gamma = 26 : A + 10^3 \cdot B + 11$$

Άσκηση 2^η

Ένα κατάστημα ηλ.υπολογιστών έχει την εξής προσφορά. Αν ο πελάτης αγοράσει ταυτόχρονα ένα υπολογιστή και ένα εκτυπωτή γίνεται έκπτωση 10% στην τιμή και των δύο προϊόντων. Ο Κώστας επιλέγει ένα υπολογιστή που κοστίζει 300 Ευρώ και ένα εκτυπωτή. Στο ταμείο μετά την έκπτωση της προσφοράς πληρώνει συνολικά 324 Ευρώ.

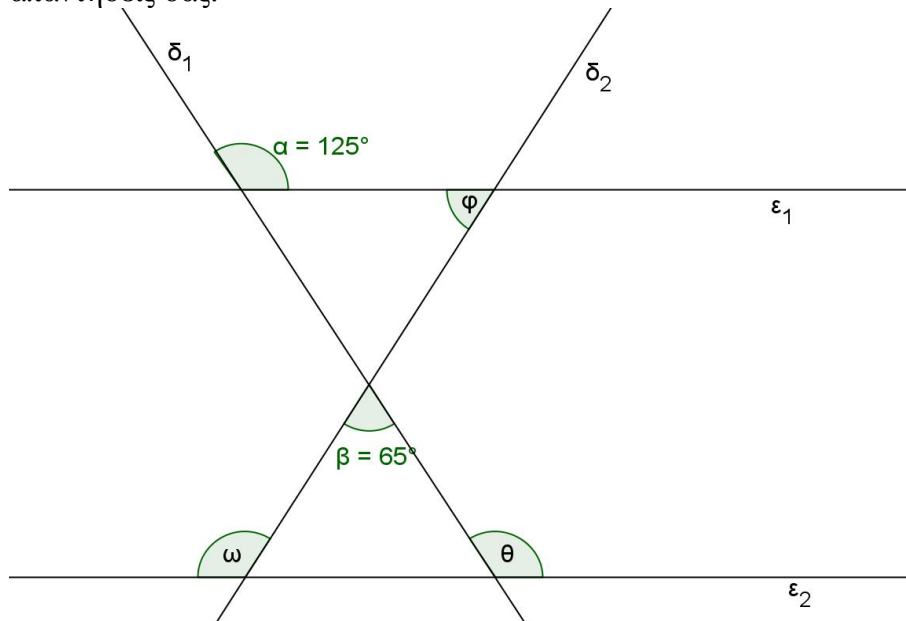
(α) Πόσα χρήματα εξοικονόμησε στην τιμή του υπολογιστή;

(β) Πόσο του κόστισε τελικά ο εκτυπωτής;

(γ) Ποιά ήταν η τιμή του εκτυπωτή πριν από την έκπτωση;

Άσκηση 3^η

Στο παρακάτω σχήμα οι παράλληλες ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 τέμνονται από τις δ_1 και δ_2 . Αν γνωρίζουμε ότι οι γωνίες $\alpha = 125^\circ$ και $\beta = 65^\circ$ να υπολογίσετε τις γωνίες θ , ω και φ και να αιτιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



(Να επιλέξετε και απαντήσετε σε ένα(1) ολόκληρο θέμα Θεωρίας και σε δύο (2) ολόκληρα θέματα Ασκήσεων)

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1

A) Συμπληρώστε κατάλληλα τα παρακάτω κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις.

Δύο ποσά λέγονται **ανάλογα**, εάν μεταβάλλονται με τέτοιο τρόπο, που όταν οι τιμές του ενός(i)..... με έναν αριθμό, τότε και οι αντίστοιχες τιμές του άλλου να(ii)

με τον ίδιο αριθμό.

Δύο ποσά x και y είναι **ανάλογα**, όταν οι αντίστοιχες τιμές τους δίνουν πάντα ίδιο(iii).....

Τα ανάλογα ποσά x και y συνδέονται με τη σχέση(iv)..... όπου a είναι ο(v).

B) Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες.

i) Τα σημεία που αντιστοιχούν στα ζεύγη τιμών (x,y) δύο ανάλογων ποσών βρίσκονται πάνω σε μία ημιευθεία με αρχή την αρχή $O(0,0)$ των ημιαξόνων.

ii) Αν δύο ποσά είναι ανάλογα και διπλασιάσουμε τις τιμές του ενός ποσού, τότε οι αντίστοιχες τιμές του άλλου ποσού τετραπλασιάζονται.

iii) Όταν δύο ποσά x και y είναι ανάλογα με συντελεστική αναλογίας $a\%$ τότε συνδέονται με τη

$$\text{σχέση } y = \frac{a}{100} \cdot x$$

iv) Η γραφική παράσταση της σχέσης αναλογίας που συνδέει δύο ποσά x και y με συντελεστική αναλογίας $a = 1$ είναι η διχοτόμος της γωνίας xOy των ημιαξόνων.

v) Το μήκος ενός υφάσματος και η τιμή του είναι ποσά ανάλογα.

ΘΕΜΑ 2

A) Στις παρακάτω προτάσεις επιλέξτε τη σωστή απάντηση.

α) Το άθροισμα των γωνιών ενός τριγώνου είναι ίσο με:

i) 180^0 ii) 360^0 iii) 270^0

β) Δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 180^0 , λέγονται:

i) κατακορυφήν ii) παραπληρωματικές iii) συμπληρωματικές

γ) Οξεία λέγεται κάθε γωνία με μέτρο:

i) μικρότερο από 90^0 ii) μεγαλύτερο από 90^0 iii) ίσο με 90^0

δ) Η παραπληρωματική μιας ορθής γωνίας είναι:

i) ευθεία ii) αμβλεία iii) ορθή

ε) Η διχοτόμος μιας ευθείας γωνίας είναι:

i)κάθετη στις πλευρές της ii)παράλληλη στις πλευρές της iii)ταντίζεται με τις πλευρές της

B) Χαρακτηρίστε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες, σύμφωνα με το σχήμα.

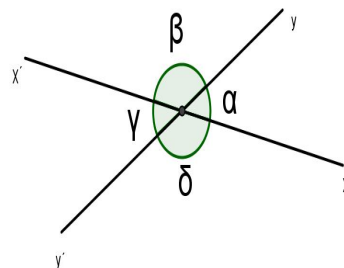
i) Οι γωνίες α και β είναι συμπληρωματικές.

ii) Οι γωνίες α και δ είναι εφεξής.

iii) Οι γωνίες α και γ είναι ίσες.

iv) Οι γωνίες γ και δ είναι κατακορυφήν.

v) Οι γωνίες β και γ είναι παραπληρωματικές



B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Άσκηση 1

Δίνονται οι παραστάσεις: $\alpha = 15 : 3 + 2^3 \cdot 5 - 4^2 : 8 + 5$ και $\beta = 5 \cdot 6 + 2 \cdot (15 - 3 \cdot 4) + 6^2$

i) Να δείξετε ότι: $\alpha = 48$ και $\beta = 72$.

ii) Να αναλύσετε τους αριθμούς $\alpha = 48$ και $\beta = 72$ σε γινόμενο πρώτων παραγόντων και στη συνέχεια με την βοήθεια της ανάλυσης αυτής να δείξετε ότι $E.K.Π(\alpha, \beta) = 144$

iii) Εφαρμόζοντας τα κατάλληλα κριτήρια διαιρετότητας, εξηγήστε γιατί το $E.K.Π(\alpha, \beta)$ διαιρείται με το 2 και με το 3 ενώ δεν διαιρείται με το 5.

Άσκηση 2

Δίνονται οι παραστάσεις: $\alpha = 2\frac{1}{5} + \frac{3}{5} - \frac{6}{5}$ και $\beta = \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{2}\right) : \left(\frac{3}{2} - 1\right)$

1) i) Να δείξετε ότι: $\alpha = \frac{8}{5}$

ii) Να μετατρέψετε το κλάσμα $\alpha = \frac{8}{5}$ σε ισοδύναμο με παρονομαστή το 10.

2) Να δείξετε ότι: $\beta = \frac{9}{5}$

3) Να βρείτε ένα κλάσμα που να βρίσκεται ανάμεσα στο $\alpha = \frac{8}{5}$ και το $\beta = \frac{9}{5}$.

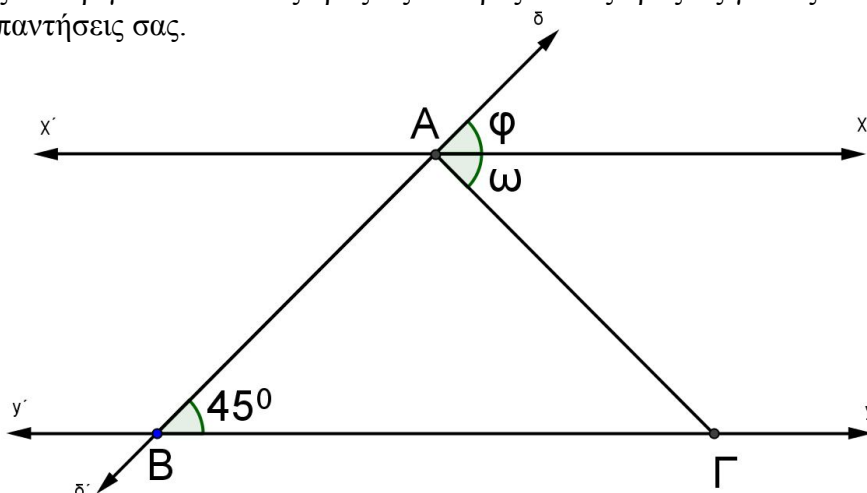
Άσκηση 3

Στο παρακάτω σχήμα δίνονται $\chi'\chi // y'y$, $\hat{B} = 45^\circ$ και η $A\chi$: διχοτόμος της γωνίας $\delta\hat{A}\Gamma$.

i) Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\phi}$ και $\hat{\omega}$, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.

ii) Να υπολογίσετε τις γωνίες $B\hat{A}\Gamma$ και $A\hat{\Gamma}B$ του τριγώνου $AB\Gamma$, δικαιολογώντας τις απαντήσεις.

iii) Να βρείτε το είδος του τριγώνου $AB\Gamma$ ως προς τις πλευρές και ως προς τις γωνίες του, δικαιολογώντας τις απαντήσεις σας.



ΠΡΟΣΟΧΗ! Από τα δύο θέματα θεωρίας πρέπει να απαντήσετε το ένα και από τις τρεις ασκήσεις πρέπει να λύσετε τις δύο. Τα θέματα είναι ισοδύναμα. Όλες οι απαντήσεις να δοθούν στην κόλλα αναφοράς.

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ**ΘΕΜΑ 1^ο**

α) Πότε ένας φυσικός αριθμός ονομάζεται άρτιος και πότε περιττός;

β) Πότε ένας φυσικός αριθμός ονομάζεται πρώτος και πότε σύνθετος;

γ) Δίνονται οι αριθμοί από το 1 μέχρι και το 20.

Να τους τοποθετήσετε στην κατάλληλη θέση στον παρακάτω πίνακα:

Άρτιοι	
Περιτοί	
Πρώτοι	
Σύνθετοι	

ΘΕΜΑ 2^ο

α) Ποια είναι τα είδη των τριγώνων ως προς τις γωνίες τους;

Για κάθε περίπτωση να κάνετε ανάλογο σχήμα.

β) Ποια είναι τα είδη των τριγώνων ως προς τις πλευρές τους;

Για κάθε περίπτωση να κάνετε ανάλογο σχήμα.

γ) Μπορεί ένα ορθογώνιο τρίγωνο να είναι και σκαληνό; Ναι ή όχι και γιατί;

δ) Μπορεί ένα αμβλυγώνιο τρίγωνο να είναι και ισοσκελές; Ναι ή όχι και γιατί;

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**ΑΣΚΗΣΗ 1**

Δίνονται οι παραστάσεις

$$A = \frac{1}{2} + \left(2 - \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{2}{3} - 4 \cdot \frac{1}{8} \quad \text{και} \quad B = (9 - 8) \cdot (8 - 9)$$

i) Να δείξετε ότι $A = 1$ και $B = -1$

ii) Οι αριθμοί A και B είναι αντίθετοι ή αντίστροφοι και γιατί;

iii) Να υπολογίσετε την παράσταση $\frac{A+B}{A-B}$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Δίνονται οι παραστάσεις: $\alpha = 5^2 - 3 + 2 \cdot 7$ και

$$\beta = \frac{3}{5} \cdot \frac{5}{3} + 2^2 + (2013 - 2012)$$

- i) Να δείξετε ότι $\alpha = 36$ και $\beta = 6$
- ii) Να βρείτε το Ε.Κ.Π.(α , β) και Μ.Κ.Δ.(α , β)
- iii) Να απλοποιήσετε το κλάσμα $\frac{\beta}{\alpha}$ μέχρι να γίνει ανάγωγο.

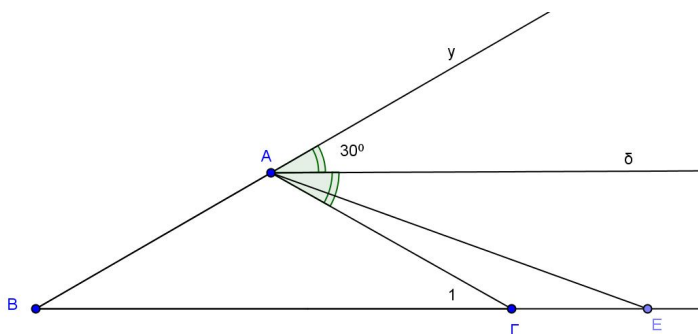
ΑΣΚΗΣΗ 3

Στο παρακάτω τρίγωνο ΑΒΓ, η Αδ είναι διχοτόμος της εξωτερικής γωνίας $\gamma\hat{A}\Gamma$.

Αν $A\delta \parallel B\Gamma$ και $\gamma\hat{A}\delta = 30^\circ$, τότε:

- i) Να βρείτε τις γωνίες $\delta\hat{A}\Gamma$, \hat{B} και $\hat{\Gamma}_1$
- ii) Τι είδους τρίγωνο είναι το ΑΒΓ ως προς τις πλευρές του;
- iii) Τι είδους τρίγωνο είναι το ΑΓΕ ως προς τις γωνίες του;

Σε κάθε ερώτηση να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



Από τα δύο θέματα της θεωρίας απαντάτε μόνο στο ένα και από τα τρία θέματα των ασκήσεων απαντάτε μόνο στα δύο

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ**ΘΕΜΑ 1^ο:**

α) Πότε ένα κλάσμα λέγεται ανάγωγο;

β) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστές ή με Λ αν είναι λανθασμένες:

1. Για να πολλαπλασιάσουμε δύο κλάσματα πρέπει οπωσδήποτε να είναι ομώνυμα.
2. Το κλάσμα $\frac{3}{5}$ είναι ισοδύναμο με το $\frac{9}{15}$
3. Ισχύει η σχέση $\frac{1}{7} < \frac{1}{10}$

ΘΕΜΑ 2^ο:

α) Ποιες γωνίες λέγονται εφεξής;

β) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ αν είναι σωστές ή με Λ αν είναι λανθασμένες:

1. Οι εντός - εκτός επί τα αυτά γωνίες είναι ίσες.
2. Η ευθεία γωνία έχει μέτρο 180° .
3. Η γωνία $\phi = 75^\circ$ είναι συμπληρωματική της $\omega = 105^\circ$.

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**ΑΣΚΗΣΗ 1^η:**

Να υπολογίσετε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων:

α) $\frac{1}{3} - \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{6}\right) - \frac{3}{4}$

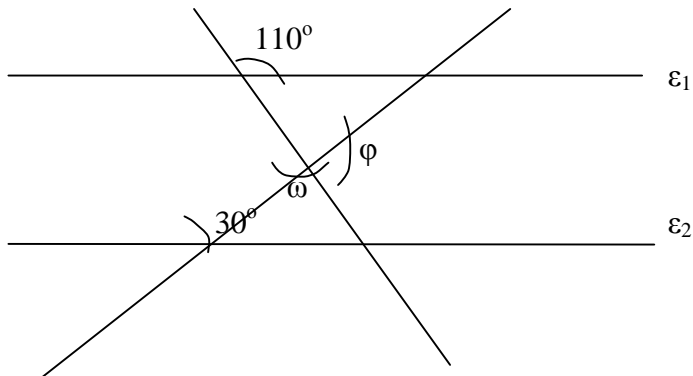
β) $15 - 2(6 : 2 - 2) + 7(-2) - (8 - 9)$

ΑΣΚΗΣΗ 2^η:

Ένας μανάβης εισπράττει συνολικά 120 € την ημέρα για 80 κιλά πατάτες που πουλάει τις καθημερινές. Τα Σάββατα οι πωλήσεις της πατάτας αυξάνονται κατά 20%. Πόσα κιλά πατάτες πουλάει τα Σάββατα και πόσα χρήματα εισπράττει;

ΑΣΚΗΣΗ 3^η:

Στο παρακάτω σχήμα είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$. Να υπολογίσετε τις γωνίες ω και φ .



Σημείωση: Από τα δύο θέματα θεωρίας να επιλέξετε και να απαντήσετε στο ένα και από τις τρεις ασκήσεις να επιλέξετε και να λύσετε τις δύο

Α. Θ Ε Μ Α Τ Α Θ Ε Ω Ρ Ι Α Σ**ΘΕΩΡΙΑ 1^η**

α. Να συμπληρώσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη που αντιστοιχεί σε κάθε κενό.

1. Δύο κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$ λέγονται ή όταν εκφράζουν το ίδιο τμήμα ενός μεγέθους ή ίσων μεγεθών.
2. Ετερόνυμα ονομάζονται δύο ή περισσότερα κλάσματα που έχουν
3. Δύο κλάσματα λέγονται όταν έχουν γινόμενο 1.
4. Σύνθετο είναι το κλάσμα του οποίου ένας τουλάχιστον όρος του είναι

β. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

1. Κάθε φυσικός αριθμός κ μπορεί να έχει τη μορφή κλάσματος με παρανομαστή το 1.
2. Ισχύει ότι $\frac{0}{\alpha} = \alpha$.
3. Αν $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ τότε $\alpha \cdot \delta = \beta \cdot \gamma$.
4. Αν $\frac{\alpha}{\beta} > \frac{\alpha}{\gamma}$ τότε $\beta > \gamma$.
5. Μόνο ο αριθμός 1 ισούται με τον αντίστροφό του.

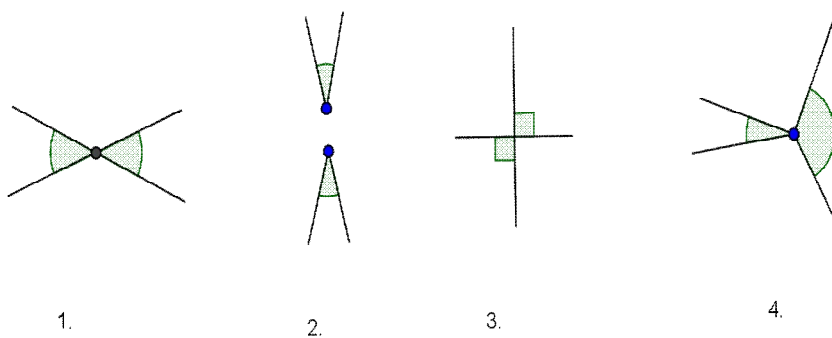
ΘΕΩΡΙΑ 2^η

α. Να συμπληρώσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη που αντιστοιχεί σε κάθε κενό.

1. Αμβλεία γωνία λέγεται κάθε γωνία με μέτρο των 90° και των 180° .
2. Πλήρης γωνία λέγεται η γωνία που έχει μέτρο
3. Παραπληρωματικές ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν άθροισμα

β. Τι ονομάζεται διάμετρος ενός κύκλου και ποια είναι η σχέση της με την ακτίνα του;

γ. Σε ποια από τα παρακάτω σχήματα οι σημειωμένες γωνίες είναι κατακορυφήν;



Β. Θ Ε Μ Α Τ Α Α Σ Κ Η Σ Ε Ω Ν

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Δίνονται οι παραστάσεις: $A = (+5) + (-2) + (-5) + (-1)$ $B = |+3| + |-2|$ $\Gamma = (-7 + 2) - (-5) + (-4)$

α. Να αποδείξετε ότι $A = -3$, $B = 5$, $\Gamma = -4$.

β. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

Αριθμός	Α	Β	Γ
Αντίθετος			
Απόλυτη τιμή			

όπου A, B, Γ τα αποτελέσματα του (α) ερωτήματος.

γ. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\kappa = A + B - \Gamma$, όταν $A = -3$, $B = 5$, $\Gamma = -4$ και να γράψετε τους αριθμούς $-9, -12, \kappa, 0$ σε αύξουσα σειρά.

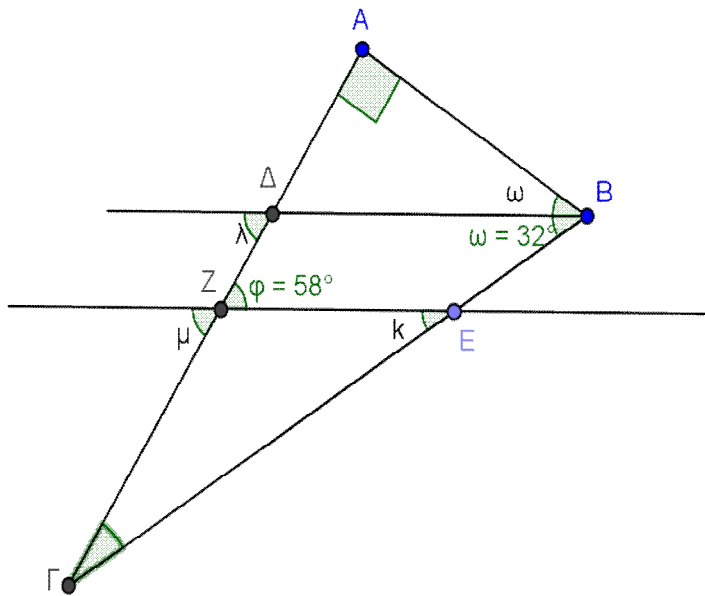
ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Δίνονται οι παραστάσεις $A = 2 \cdot \left(\frac{4}{5} + \frac{7}{10}\right)$, $B = 2\frac{1}{2} : \left(\frac{3}{4} - \frac{1}{2}\right)$

α. Να αποδείξετε ότι $A = 3$ και $B = 10$.

β. Να μετατρέψετε το σύνθετο κλάσμα $-\frac{9}{\frac{B}{A}}$ σε απλό και στη συνέχεια να το μετατρέψετε σε ποσοστό επί τοις εκατό, όπου A, B τα αποτελέσματα του (α) ερωτήματος.

γ. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $(A^2 + B^2) - 4$ και να εξετάσετε αν αυτή διαιρείται με τον αριθμό 3, όπου A, B τα αποτελέσματα του (α) ερωτήματος



ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Στο παραπάνω σχήμα, το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο με $\hat{A}=90^\circ$. Αν η $B\Delta$ είναι η διχοτόμος της γωνίας B , $EZ \parallel B\Delta$, $\omega=32^\circ$, $\varphi=58^\circ$,

Να υπολογίσετε:

α. τις γωνίες \hat{B} , $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου $AB\Gamma$

β. τις γωνίες $\hat{\kappa}$, $\hat{\lambda}$, $\hat{\mu}$ και να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Να απαντήσετε σε (1) ένα θέμα θεωρίας και (2) δύο θέματα ασκήσεων.
- Τα θέματα είναι βαθμολογικά ισοδύναμα.

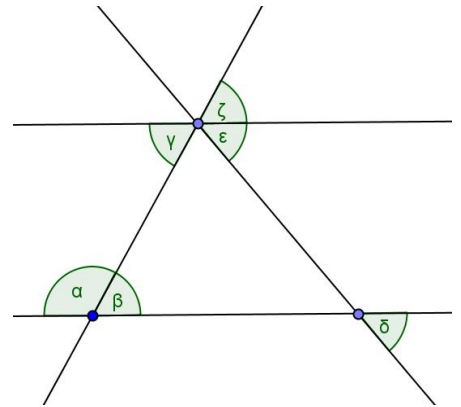
Καλή Επιτυχία.

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ**(Θα απαντήσετε σε ΕΝΑ μόνο θέμα θεωρίας)****Θέμα 1^ο**

- A) Πότε δυο κλάσματα λέγονται ισοδύναμα ή ίσα; Να γράψετε δυο κλάσματα που είναι ισοδύναμα.
- B) Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε να προκύψουν σωστές προτάσεις:
- Ομώνυμα λέγονται τα κλάσματα που έχουν
(2 λέξεις)
 - λέγεται το κλάσμα που δεν μπορεί να απλοποιηθεί άλλο.
 - Ένα κλάσμα είναι ίσο με το 1, αν ο αριθμητής του είναι με τον παρονομαστή του.
- Γ) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ), αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες:
- Δυο αριθμοί λέγονται αντίστροφοι όταν έχουν άθροισμα 1.
 - Για να συγκρίνω ετερόνυμα κλάσματα συγκρίνω τους αριθμητές τους.
 - Ισχύει ότι : $\frac{a}{1} = 1$

Θέμα 2^ο

- A) Στο διπλανό σχήμα να χαρακτηρίσετε τα ζεύγη των γωνιών: $(\vec{\alpha}, \vec{\beta})$, $(\vec{\beta}, \vec{\gamma})$, $(\vec{\gamma}, \vec{\zeta})$, $(\vec{\alpha}, \vec{\gamma})$, $(\vec{\delta}, \vec{\epsilon})$
- B) Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε να προκύψουν σωστές προτάσεις:
- Πλήρης γωνία λέγεται η γωνία της οποίας το μέτρο είναι ίσο με
 - γωνία λέγεται κάθε γωνία με μέτρο μικρότερο των 90°
 - Δυο ευθείες που βρίσκονται στο ίδιο επίπεδο και έχουν ένα κοινό σημείο λέγονται
 - Αν δυο ευθείες του επιπέδου είναι κάθετες σε μια ευθεία τότε είναι μεταξύ τους
 - Συμπληρωματικές γωνίες λέγονται οι γωνίες που έχουν
(2 λέξεις)



Β. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

(Θα λύσετε τις ΔΥΟ από τις τρεις ασκήσεις)

Άσκηση 1^η

Δίνεται η παράσταση $a=2^3 \cdot (3^3 - 5^2) + 2 \cdot 3^2 - (4^2 - 3 \cdot 5)^{2013} - 9:3$

- Να αποδείξετε ότι $a=30$.
- Να βρεθούν οι διαιρέτες του a
- Να αναλύσετε τον αριθμό a σε γινόμενο πρώτων παραγόντων.

Άσκηση 2^η

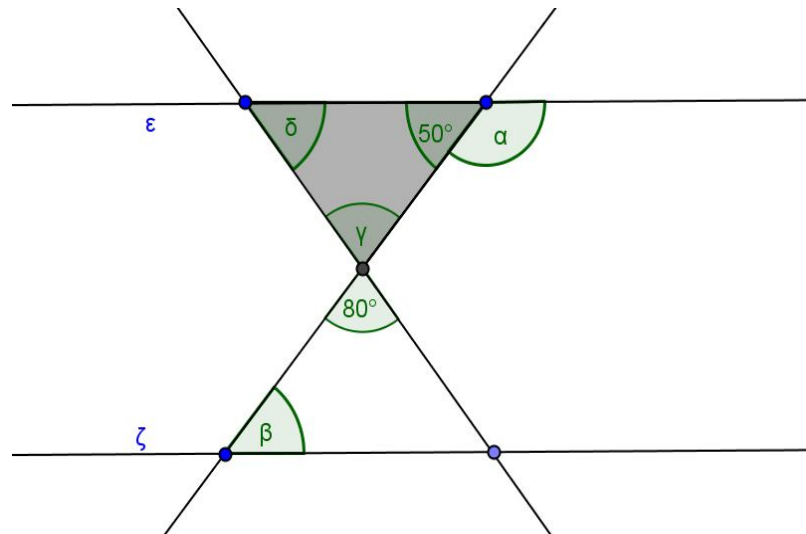
Ένα κατάστημα αθλητικών ειδών την περίοδο των εκπτώσεων κάνει έκπτωση 25%.

- Μια φόρμα κόστιζε πριν τις εκπτώσεις 120€ Πόσο θα την αγοράσουμε την περίοδο των εκπτώσεων;
- Αγοράσαμε την περίοδο των εκπτώσεων, αθλητικά παπούτσια και πληρώσαμε 60€ Πόσο κόστιζαν πριν τις εκπτώσεις;
- Στο ίδιο κατάστημα βρήκαμε σε ειδική προσφορά ένα ποδήλατο που κόστιζε 450€ και το αγοράσαμε τελικά 270€ Ποιο είναι το ποσοστό της έκπτωσης που κάνει το κατάστημα σ' αυτή την περίπτωση;

Άσκηση 3^η

Αν ϵ και ζ παράλληλες ευθείες,

- να υπολογίσετε τις γωνίες α και β , αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.
- να υπολογίσετε τις γωνίες γ και δ , αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.
- Τι είδους τρίγωνο είναι το χρωματισμένο ως προς τις πλευρές του;



Παρατήρηση: Όλα τα θέματα είναι ισόβαθμα.

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (Να επιλέξετε το ένα από τα δύο θέματα θεωρίας)**ΘΕΜΑ Α**

- 1) Ποια γωνία λέγεται α) ορθή, β) αμβλεία και γ) ευθεία γωνία; Να σχεδιάσετε μία από το κάθε είδος.
- 2) Πότε δύο γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές και πότε συμπληρωματικές; Να κάνετε ένα σχήμα για κάθε περίπτωση.
- 3) Πότε δύο ευθείες του ίδιου επιπέδου λέγονται παράλληλες και πότε τεμνόμενες;

ΘΕΜΑ Β

- 1) Πότε ένα τρίγωνο ονομάζεται ορθογώνιο και πότε αμβλυγώνιο; Σχεδιάστε ένα ορθογώνιο και ένα αμβλυγώνιο τρίγωνο.
- 2) Να γράψετε τι ονομάζουμε διάμεσο ενός τριγώνου. Να φέρετε μία διάμεσο σε ένα τυχαίο τρίγωνο.
- 3) Να κατονομάσετε τα είδη του τριγώνου με κριτήριο τις πλευρές του.
- 4) Με τι ισούται το άθροισμα των τριών γωνιών ενός τριγώνου;

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ (Να επιλέξετε τις δύο από τις τρεις ασκήσεις)**ΘΕΜΑ Α**

- 1) Να κάνετε τις πράξεις: $3^3 \cdot (9 - 2^3) - 2^3 \cdot (11 - 3^2)$.
- 2) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $10,44 : (5,2 + 3,5)$.

- 3) Να κάνετε τις πράξεις: $\frac{\frac{2}{3} : \frac{4}{3} + (\frac{1}{2})^2}{(\frac{5}{6} - \frac{3}{4}) : \frac{3}{4}}$.

ΘΕΜΑ Β

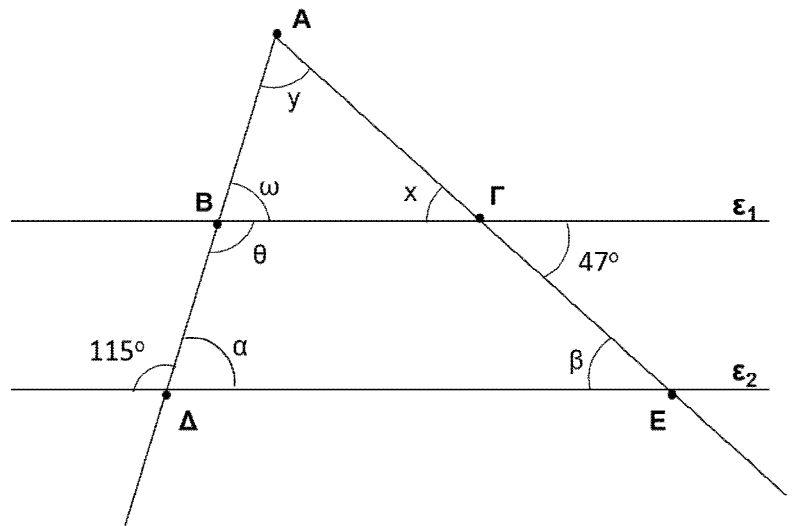
- 1) Ποια θα είναι η τιμή πώλησης ενός δοχείου λαδιού, αξίας 50 ευρώ, με επιβάρυνση ΦΠΑ 19%;
- 2) Σε ένα κατάστημα ρούχων γίνεται έκπτωση 30% σε όλα τα είδη. Να βρείτε την τιμή πώλησης ενός φορέματος, αν είχε αρχική τιμή 75 ευρώ.
- 3) Ένα ηχοσύστημα για το αυτοκίνητο έχει αρχική τιμή 450 ευρώ. Έγινε έκπτωση και τελικά πληρώσαμε 360 ευρώ. Ποιο είναι το ποσοστό % της έκπτωσης;

ΘΕΜΑ Γ

Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι παράλληλες.

Να υπολογίσετε:

- 1) τις γωνίες x και β .
- 2) τις γωνίες α και θ .
- 3) τις γωνίες ω και γ .



Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

(Από τα δύο θέματα θεωρίας να επιλέξεις και να απαντήσεις μόνο στο ένα)

Θέμα 1^ο:

α: Πότε δύο κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$ λέγονται ισοδύναμα;

β: Πότε ένα κλάσμα λέγεται ανάγωγος; (1,5 Μονάδες) Να δώσεις ένα παράδειγμα.

γ: Να χαρακτηρίσεις τις προτάσεις που ακολουθούν ως σωστές ή λανθασμένες.

-
1. Αν ισχύει $\frac{\alpha}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$, τότε ισχύει και $\alpha \cdot \gamma = \beta \cdot \delta$

 2. Αν πολλαπλασιάσουμε τον αριθμητή και τον παρονομαστή ενός κλάσματος επί 4 τότε το κλάσμα γίνεται 4 φορές μεγαλύτερο

 3. Ένα κλάσμα έχει απόλυτη τιμή μεγαλύτερη του 1, αν ο αριθμητής του είναι μεγαλύτερος από τον παρονομαστή

 4. Ισχύει ότι: $3 \cdot \alpha + 52 \cdot \alpha = 55 \cdot \alpha$

 5. Δύο ρητοί αριθμοί που έχουν την ίδια απόλυτη τιμή και είναι ετερόσημοι λέγονται αρνητικοί

 6. Αν το άθροισμα δύο ρητών αριθμών είναι αρνητικός αριθμός τότε και οι δύο ρητοί είναι αρνητικοί.

 7. Ισχύει ότι: $-2 - 3 = +6$

 8. Από δύο αρνητικούς ρητούς μεγαλύτερος είναι εκείνος που έχει τη μικρότερη απόλυτη τιμή

Θέμα 2^ο:

α: Πότε δυο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές;

β: Πότε δυο γωνίες λέγονται κατακορυφήν;

γ: Να συμπληρώσεις τα κενά στις ακόλουθες προτάσεις.

.....(1).....λέγονται δυο ημιευθείες που έχουν κοινή αρχή και που οι δυο μαζί αποτελούν μια ευθεία.

Αν δύο ευθείες του επιπέδου είναι κάθετες σε μια ευθεία, τότε είναι μεταξύ τους(2).....

Μια τεντωμένη κλωστή με άκρα Α και Β μας δίνει την εικόνα της έννοιας του(3).....

Δύο εφεξής γωνίες που έχουν άθροισμα 90° λέγονται(4).....

.....(5).....λέγεται το σύνολο όλων των σημείων του επιπέδου που απέχουν την ίδια απόσταση από ένα σταθερό

σημείο.

Το τρίγωνο που έχει τις δυο γωνίες οξείες και η τρίτη δεν είναι ούτε οξεία ούτε ορθή λέγεται

.....(6).....

Β. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

(Από τις τρεις ασκήσεις να επιλέξεις και να λύσεις μόνο τις δύο)

Άσκηση 1^η:

Ένα κατάστημα κάνει έκπτωση στα είδη του ίση με τα $\frac{2}{5}$ της αρχικής τιμής τους. Ένα φόρεμα κόστιζε 90 € πριν την έκπτωση.

α: Υπολόγισε πόσα ευρώ έκπτωση έγινε στο φόρεμα. (2 Μονάδες)

β: Υπολόγισε πόσο θα το πληρώσουμε για να το αγοράσουμε. (2 Μονάδες)

Ο έμπορος αγόρασε το φόρεμα στο $\frac{1}{3}$ της τιμής που έχει μετά την έκπτωση.

γ: Υπολόγισε πόσα ευρώ κέρδος θα έχει ο έμπορος πριν την έκπτωση. (1,4 Μονάδες)

δ: Υπολόγισε πόσα ευρώ κέρδος θα έχει ο έμπορος μετά την έκπτωση. (1,3 Μονάδες)

Άσκηση 2^η:

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$A = 3 + 2 \cdot 5 - (2^3 \cdot 5 - 2^2 \cdot 3) : 7$$

$$B = 2 \cdot (3^2 - 2^3)^{2013} + 2 \cdot (3^2 - 2^2)$$

α: Να υπολογίσεις την αριθμητική τιμή της παράστασης A.

β: Να υπολογίσεις την αριθμητική τιμή της παράστασης B.

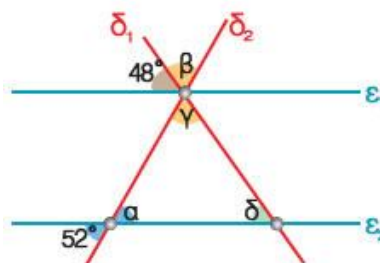
γ: Να διατάξεις τους αριθμούς 1, $\frac{A}{B}$ και $\frac{B}{A}$ από το μικρότερο στο μεγαλύτερο.

δ: Να λύσεις την εξίσωση:

$$A \cdot x + \frac{B}{4} = B \quad (\text{όπου } A, B \text{ οι αιθμοί των προηγούμενων ερωτημάτων})$$

Άσκηση 3^η:

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 // \varepsilon_2$. Να υπολογίσεις τις γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$ και $\hat{\delta}$ και να αιτιολογήσεις τα αποτελέσματά σου.



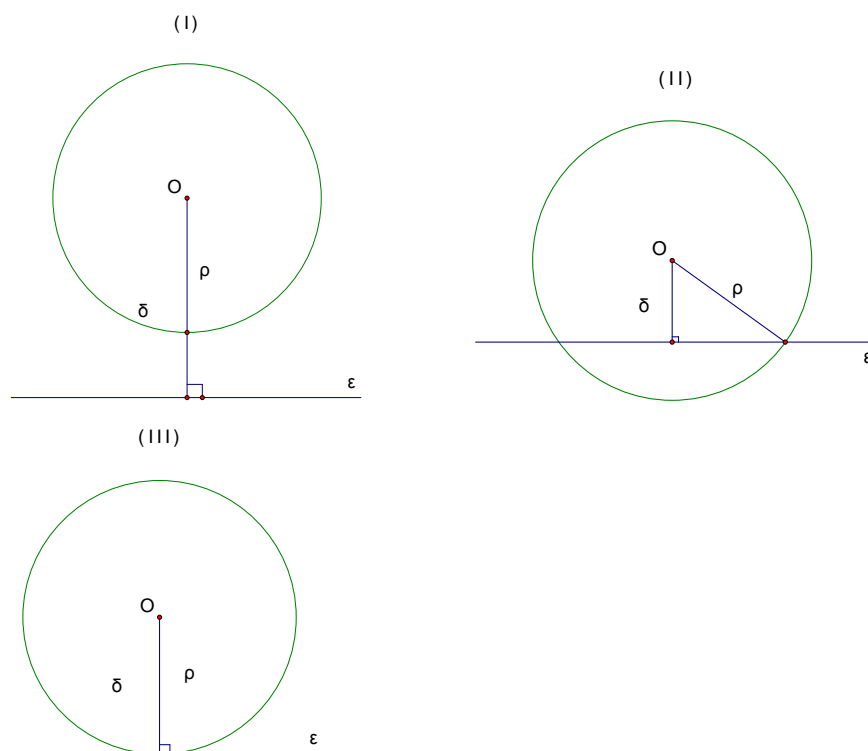
A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (Από τα 2 θέματα να γράψετε το 1)

ΘΕΜΑ 1^ο

- α.) i) Πότε δύο ή περισσότερα κλάσματα λέγονται ομώνυμα **και** πότε ετερόνυμα ;
 ii) Αν ισχύει $\frac{a}{\beta} = \frac{\gamma}{\delta}$ τότε με ποια σχέση συνδέονται οι όροι α , β , γ και δ ;
- β.) Να συμπληρώσετε τα κενά με το κατάλληλο σύμβολο : < , = , >
 α. $\frac{5}{3} \dots 1$, β. $\frac{8}{12} \dots \frac{2}{3}$, γ. $\frac{2}{3} \dots \frac{2}{5}$, δ. $\frac{5}{7} \dots \frac{4}{7}$
- γ.) Να γίνουν απλά τα σύνθετα κλάσματα : $\frac{\frac{3}{4}}{\frac{2}{7}}$ και $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{5}{7}}$

ΘΕΜΑ 2^ο

Στα παρακάτω σχήματα :



- α.) Να ονομάσετε σε κάθε περίπτωση τη σχετική θέση της ευθείας ϵ με τον κύκλο (O, ρ) .
 Πόσα κοινά σημεία έχουν η ευθεία ϵ και ο κύκλος (O, ρ) σε κάθε περίπτωση;
- β.) Να συγκρίνετε σε κάθε περίπτωση την ακτίνα ρ του κύκλου με την απόσταση δ του κέντρου του κύκλου από την ευθεία.
- γ.) Αν $\delta = 8$ και $\rho = 5$ ποια σχετική θέση έχουν ο κύκλος και η ευθεία ;

Β. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ (Από τις 3 ασκήσεις να γράψετε τις 2)

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Δίνονται οι παραστάσεις : $A = 3^2 - 2 \cdot (5 - 3) + 2^3 : 2$ και $B = (\frac{3}{5} + \frac{1}{5}) \cdot 15$

- α.) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $A = 3^2 - 2 \cdot (5 - 3) + 2^3 : 2$.
- β.) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης B .
- γ.) Αν $A = 9$ και $B = 12$ να απλοποιήσετε το κλάσμα $\Gamma = \frac{A}{B}$.

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Δίνεται ο πίνακας τιμών των ποσών

x, y :

x	4	0,2	5
y	12	0,6	15

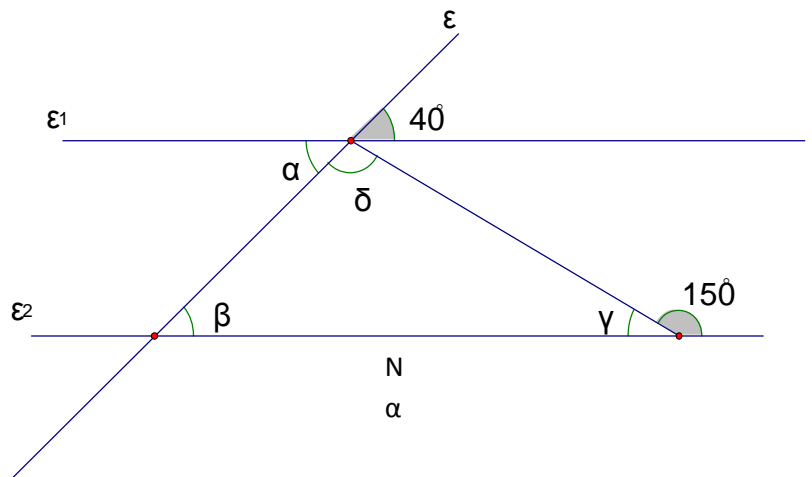
- α.) Να δείξετε ότι τα ποσά x, y είναι ανάλογα.
- β.) Να βρείτε τον συντελεστή αναλογίας α .
- γ.) Αν $y = 9$ να βρείτε την αντίστοιχη τιμή του x .

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$.

Να υπολογίσετε τις γωνίες $\alpha, \beta, \gamma, \delta$.

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας



A.ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ**ΘΕΜΑ Α**

A1. Πότε δύο ποσά λέγονται ανάλογα;

A2. Να εξετάσετε αν ο διπλανός πίνακας είναι πίνακας ανάλογων ποσών.

χ	3	4
ψ	9	12

A3. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

α) Η σχέση που συνδέει τα ανάλογα ποσά χ και ψ με συντελεστή αναλογίας α είναι.....

β) Αν διπλασιάσουμε την τιμή ενός από δύο ανάλογα ποσά, και η αντίστοιχη τιμή του άλλου ποσού.....

ΘΕΜΑ Β

B1. Στον παρακάτω πίνακα να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της στήλης Α, με ένα μόνο στοιχείο της στήλης Β.

ΕΙΔΟΣ ΓΩΝΙΑΣ	ΜΕΤΡΟ ΓΩΝΙΑΣ
A) Ορθή	1) μικρότερο από 90°
B) Αμβλεία	2) ίσο με 90°
Γ) Οξεία	3) μεγαλύτερο από 90° και μικρότερο από 180°
Δ) Μη κυρτή	4) ίσο με 180°
E) πλήρης	5) μεγαλύτερο από 180° και μικρότερο από 360°
	6) ίσο με 360°

A	
B	
Γ	
Δ	
E	

B2. Πότε δύο γωνίες ονομάζονται παραπληρωματικές; (Να κάνετε και σχήμα)

B3. Εφεξής λέγονται δύο γωνίες που έχουν την ίδια , μία
 πλευρά και δεν έχουν κανένα άλλο κοινό σημείο.(σχήμα)

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΘΕΜΑ Α

Δίνονται οι παραστάσεις :

$$\alpha = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{4} + \frac{52}{25} : \frac{2}{5} \quad , \quad \beta = 2^3 + (5 \cdot 3^2 - 2^3 - 2^2 \cdot 9)^{2013}$$

A.1 Να αποδείξετε ότι $\alpha=6$, $\beta=9$.

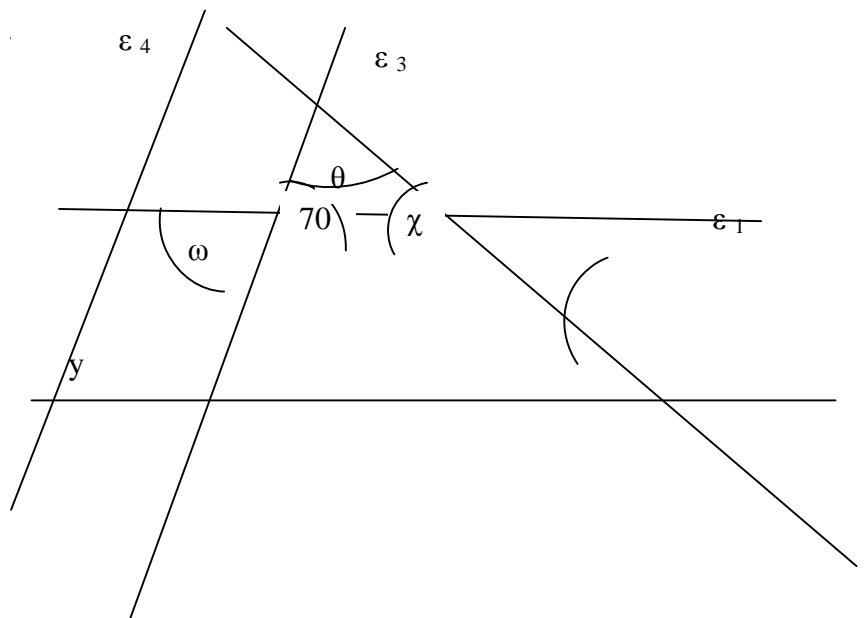
A.2 Να βρείτε το ΕΚΠ (α, β) και ΜΚΔ (α, β).

A.3 Να υπολογιστεί ο αντίθετος του α , ο αντίστροφος του α και η απόλυτη τιμή του β .

ΘΕΜΑ Β

Στο διπλανό σχήμα είναι

$\epsilon_1 // \epsilon_2$ και $\epsilon_3 // \epsilon_4$.
 Να υπολογιστούν οι άγνωστες γωνίες.



ΘΕΜΑ Γ

Στο Γυμνάσιο υπάρχουν 200 μαθητές. Στις εξετάσεις το 25% των μαθητών άριστευσε, 10 περισσότεροι από αυτούς που άριστευσαν έγραψαν μέτρια, το $\frac{1}{5}$ πέρασαν τη βάση και οι υπόλοιποι κόπηκαν.

α) Πόσοι μαθητές κόπηκαν;

β) Τι ποσοστό μαθητών έγραψαν μέτρια;

γ) Αν οι άριστοι της Α' τάξης είναι 12 που αποτελούν το 25% της τάξης τους, πόσους μαθητές συνολικά έχει η Α' τάξη;

ΣΗΜΕΙΩΣΗ: α) Να απαντήσετε σε ένα θέμα θεωρίας και δύο θέματα ασκήσεων.

β) Τα θέματα είναι βαθμολογικά ισοδύναμα

(A) **ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ**

ΘΕΜΑ 1:

(α) Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστή» ή «Λάθος» :

1. Η γραφική παράσταση μιας σχέσης **αναλογίας** είναι μια ημιευθεία γραμμή, με αρχή την αρχή $O(0,0)$ των ημιαξόνων
2. Ο **αριθμός** των εργατών και το **έργο** που παράγουν είναι ποσά αντιστρόφως ανάλογα
3. Η γραφική παράσταση δύο **αντιστρόφως αναλόγων** ποσών είναι καμπύλη.
4. Ο **αριθμός** των αναλυκτικών που αγοράζουμε και τα **χρήματα** που κοστίζουν είναι ποσά ανάλογα
5. Ο **αριθμός** των εργατών και ο **χρόνος** που απαιτείται για να τελειώσουν ένα έργο, είναι ποσά αντιστρόφως ανάλογα

(β) Να βρείτε σε ποιόν από τους παρακάτω πίνακες τα ποσά x, y είναι **ανάλογα** και σε ποιόν είναι **αντιστρόφως ανάλογα** :

x	2	4	6
y	6	12	18

Πίνακας α

x	2	4	8
y	8	10	12

Πίνακας β

x	1	2	4
y	12	6	3

Πίνακας γ

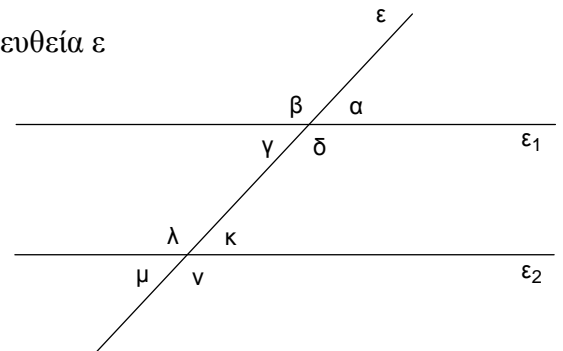
γ

ΘΕΜΑ 2:

(α) Δίνονται παράλληλες ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 που τέμνονται από ευθεία ϵ

Να ονομάσετε :

1. Ένα ζεύγος **εντός εναλλάξ** γωνιών
2. Ένα ζεύγος **εντός και επί τα αυτά** γωνιών
3. Ένα ζεύγος **κατακορυφήν** γωνιών
4. Ένα ζεύγος **εντός εκτός και επί τα αυτά** γωνιών
5. Ένα ζεύγος **εφεξής** γωνιών



(β) Να συμπληρωθούν τα κενά στις παρακάτω προτάσεις με την κατάλληλη σε κάθε περίπτωση λέξη :

1. Η ημιευθεία που χωρίζει μια γωνία σε δυο **ίσες** γωνίες ονομάζεται της γωνίας
2. Μια γωνία με μέτρο **360°** ονομάζεται γωνία
3. Δυο γωνίες που έχουν την ίδια κορυφή, μια κοινή πλευρά και κανένα άλλο κοινό σημείο ονομάζονται
4. Δυο γωνίες με άθροισμα **180°** ονομάζονται
5. Δυο **κατακορυφήν** γωνίες είναι μεταξύ τους

(B) **ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**

ΘΕΜΑ 1 :

(i) Να υπολογιστούν οι παραστάσεις :

$$\alpha = 5^2 - 3^2 + 2^2 \quad \text{και} \quad \beta = 3 \cdot (4^2 - 7) - 24 : 8$$

(ii) Να απλοποιηθεί το κλάσμα $\frac{\alpha}{\beta}$ μέχρι να γίνει ανάγωγο

(iii) Να αναλυθούν οι αριθμοί α και β σε γινόμενα πρώτων παραγόντων

(iv) Να βρεθούν το ΕΚΠ και ο ΜΚΔ των αριθμών α και β

(όπου α και β είναι οι αριθμοί που βρήκατε στο ερώτημα (i))

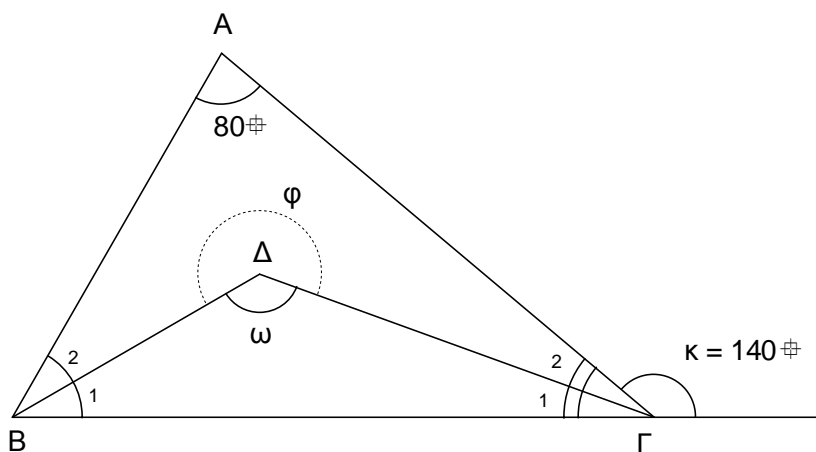
ΘΕΜΑ 2 :

Ένα σχολείο έχει 280 μαθητές, από τους οποίους το 30% φοιτούν στην Α' Τάξη, τα $\frac{2}{7}$ στην Β' Τάξη, ενώ οι υπόλοιποι είναι μαθητές της Γ' Τάξης.

(i) Να βρεθεί πόσους μαθητές έχει η κάθε τάξη

(ii) Για το επόμενο σχολικό έτος προβλέπεται μια αύξηση 10% στον αριθμό των μαθητών. Πόσοι θα είναι τότε οι μαθητές του σχολείου ;

ΘΕΜΑ 3 : Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με γωνία $\hat{A} = 80^\circ$ και $B\Delta$, $\Gamma\Delta$ οι διχοτόμοι των γωνιών B και Γ αντίστοιχα. Δίνεται επίσης ότι η γωνία $\kappa = 140^\circ$.



Να υπολογιστούν :

(i) Οι γωνίες $\angle A\Gamma B$ και $\angle AB\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$

(ii) Η γωνία $\angle B\Delta\Gamma = \omega$

(iii) Η γωνία ϕ

ΑΠΟ ΤΑ ΔΥΟ ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΘΑ ΓΡΑΨΕΤΕ ΤΟ ΕΝΑ
ΑΠΟ ΤΙΣ ΤΡΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΘΑ ΛΥΣΕΤΕ ΤΙΣ ΔΥΟ

Α. ΘΕΜΑΤΑ Θ Ε Ω Ρ Ι Α Σ

ΘΕΩΡΙΑ 1^Η

A. Πότε δυο κλάσματα λέγονται ομώνυμα και πότε ετερόνυμα ;

B. Πως συγκρίνουμε δυο ομώνυμα κλάσματα και πως συγκρίνουμε δυο κλάσματα με τον ίδιο αριθμητή ;

Γ. Να επιλέξετε τη σωστή απάντηση (A , B ή Γ) στις παρακάτω προτάσεις :

i) Αν $\alpha > \beta$ τότε το κλάσμα $\frac{\alpha}{\beta}$:

A: είναι μεγαλύτερο της μονάδας , B: είναι μικρότερο της μονάδας , Γ: ισούται με 1

ii) Ο αντίστροφος του αριθμού $\frac{1}{2}$ είναι ο : A : 0,5 , B : 1 , Γ : 2

iii) Το κλάσμα $\frac{2}{3}$ δεν είναι ισοδύναμο με το : A : $\frac{4}{6}$, B : $\frac{6}{4}$, Γ : $\frac{10}{15}$

iv) Τα $\frac{3}{5}$ του αριθμού 150 είναι : A : 50 , B : 60 , Γ : 90

ΘΕΩΡΙΑ 2^Η

A. Πότε δυο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές , πότε συμπληρωματικές και πότε κατακορυφήν ;

B. Να σχεδιάσετε δυο εφεξής παραπληρωματικές γωνίες , δυο εφεξής συμπληρωματικές γωνίες και δυο κατακορυφήν γωνίες .

Γ. Να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της πρώτης στήλης με ένα μόνο στοιχείο της δεύτερης στήλης :

Είδος γωνίας	Μέτρο γωνίας
i) Ορθή	1) Μικρότερο από 90°
ii) Αμβλεία	2) Ίσο με 90°
iii) Οξεία	3) Μεγαλύτερο από 90° και μικρότερο από 180°
iv) Μη κυρτή	4) Ίσο με 180°
	5) Μεγαλύτερο από 180° και μικρότερο από 360°

Β ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΑΣΚΗΣΗ 1^Η

Ένας ψαράς πουλάει χταπόδια προς 15ευρώ το κιλό.

A. Να βρεθεί ο συντελεστής αναλογίας των ποσών χ και ψ όπου χ είναι τα κιλά χταπόδια και ψ είναι τα χρήματα σε ευρώ και να συμπληρωθεί ο

χ	1		5	
ψ	15	30		90

πίνακας :

B. Αν ο ψαράς κάνει αύξηση στην τιμή του κιλού του χταποδιού και από 15 ευρώ το κιλό πουλάει τα χταπόδια 18 ευρώ το κιλό να βρείτε το ποσοστό αύξησης της τιμής του χταποδιού.

Γ. Αν ο ψαράς κάνει μείωση 20% στην αρχική τιμή του κιλού των 15 ευρώ και στη συνέχεια μία δεύτερη μείωση 50%, να βρεθεί η τελική τιμή πώλησης του κιλού του χταποδιού και το συνολικό ποσοστό μείωσης της τιμής.

ΑΣΚΗΣΗ 2^Η

A. Να υπολογιστούν οι παραστάσεις

$$A = (+5) + (-2), B = 4 - 2 \cdot 1^2 + (5 - 4)^{2013} \text{ και } \Gamma = \frac{2}{3} + \frac{1}{2}$$

B. Να υπολογιστούν οι παραστάσεις

$$\Delta = \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} + 12 : 6 - \frac{3}{4} \text{ και } E = \frac{2 + \frac{1}{2} : \frac{3}{4} + \frac{1}{3}}{\frac{3}{5} - \frac{1}{10}}$$

Γ. Να λυθεί η εξίσωση $6\Gamma + X = 4A$, όπου A και Γ οι τιμές των αριθμητικών παραστάσεων του πρώτου ερωτήματος.

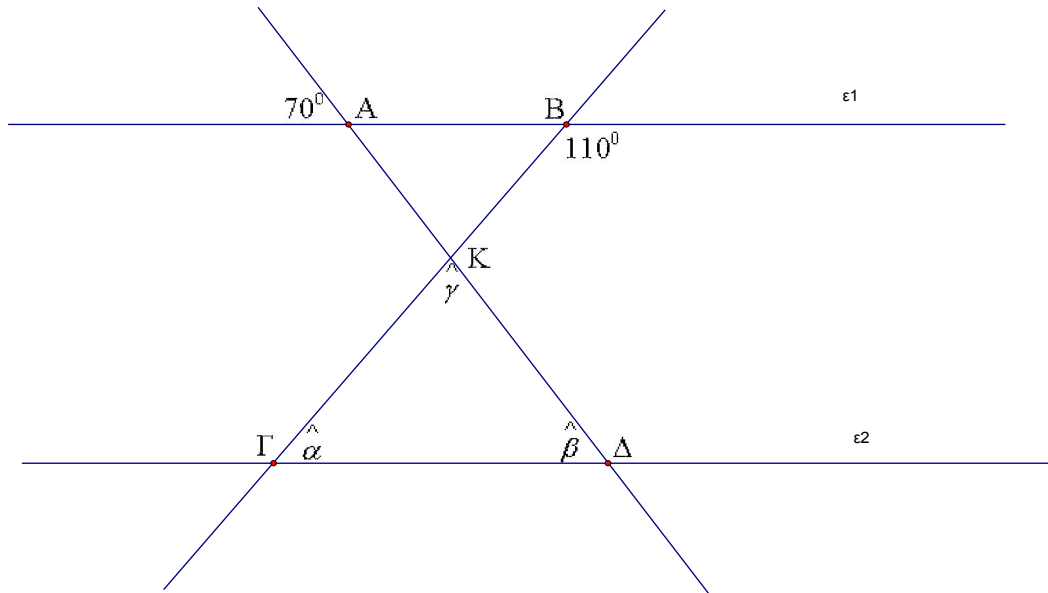
ΑΣΚΗΣΗ 3^Η

Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες.

A. Να υπολογιστούν οι γωνίες \hat{a} , $\hat{\beta}$ και $\hat{\gamma}$ χωρίς τη χρήση μοιρογνωμονίου.

B. Να βρεθεί το είδος του τριγώνου $\Gamma\hat{K}\Delta$.

Γ. Η μεσοκάθετος του $\Gamma\Delta$ διέρχεται από το K ; Δικαιολογήστε την απάντησή σας χωρίς τη χρήση γεωμετρικών σχημάτων.



Από τα δυο θέματα θεωρίας θα απαντήσετε το ένα και από τις τρεις ασκήσεις τις δυο.

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

Θα απαντήσετε σε ένα θέμα θεωρίας

ΘΕΩΡΙΑ 1^η

A. Πότε δύο κλάσματα $\frac{\alpha}{\beta}$ και $\frac{\gamma}{\delta}$ λέγονται ισοδύναμα ή ίσα ;

B. Να αντιγράψετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τα κενά, ώστε να προκύψουν σωστές μαθηματικές προτάσεις

1. Δύο ή περισσότερα κλάσματα που έχουν τον ίδιο παρονομαστή λέγονται
2. Ένα κλάσμα που δεν μπορεί να απλοποιηθεί λέγεται
3. Από δύο κλάσματα με τον ίδιο αριθμητή μεγαλύτερο είναι εκείνο με τον παρονομαστή
4. Όταν πολλαπλασιάσουμε τους όρους ενός κλάσματος με τον ίδιο φυσικό αριθμό ($\neq 0$) προκύπτει κλάσμα

ΘΕΩΡΙΑ 2^η

A. Τι ονομάζουμε μεσοκάθετο ενός ευθυγράμμου τμήματος ;

B. Να αντιγράψετε στην κόλλα σας και να συμπληρώσετε τα κενά, ώστε να προκύψουν σωστές μαθηματικές προτάσεις

1. Κάθε σημείο της μεσοκαθέτου ενός ευθυγράμμου τμήματος από τα άκρα του τμήματος
2. Η μεσοκάθετος ενός ευθυγράμμου τμήματος είναι συμμετρίας του
3. Αν ένα σημείο ισαπέχει από τα άκρα ενός ευθυγράμμου τμήματος τότε αυτό βρίσκεται πάνω στη του τμήματος

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Θα απαντήσετε σε δύο ασκήσεις

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Στην Α΄ γυμνασίου του σχολείου μας τα $\frac{3}{5}$ των μαθητών παρακολουθούν Γερμανικά και οι υπόλοιποι μαθητές Γαλλικά.

A. Να βρείτε πόσους μαθητές έχει η Α΄ τάξη, αν γνωρίζετε ότι αυτοί που παρακολουθούν Γαλλικά είναι 30 μαθητές.

B. Ποιό είναι το ποσοστό των μαθητών που παρακολουθούν Γαλλικά και ποιο το ποσοστό αυτών που παρακολουθούν Γερμανικά.

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

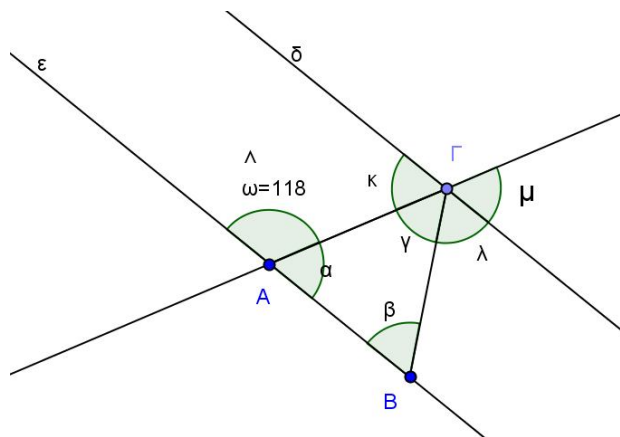
Δίνονται οι παραστάσεις : $A = 3^2 + 5 \cdot 7 + (7-2)^2 - 1^{2013} - 15:3$
 $B = -2 + 53 - (-3) + (+27 + 38 - 3) - (-5+37)$

i. Να αποδείξετε ότι $A=63$, $B=84$

ii. Να βρείτε το **EKP** και **MKA** των αριθμών **A** και **B**
(A και B είναι τα αποτελέσματα του 1 ερωτήματος)

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες (ε) και (δ) είναι παράλληλες , $AG=BG$ και $\hat{\omega} \hat{=} 118^\circ$



Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$, $\hat{\gamma}$, $\hat{\kappa}$, $\hat{\lambda}$, $\hat{\mu}$

Τα θέματα είναι βαθμολογικά ισοδύναμα.

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A1. Τι ονομάζεται απόλυτη τιμή ενός ρητού αριθμού; Ποιοι αριθμοί ονομάζονται αντίθετοι; Να δώσεις ένα παράδειγμα αντίθετων αριθμών.

A2. Να αντιγράψεις στο φύλλο απαντήσεών σου τις παρακάτω παραστάσεις και να τις υπολογίσεις:
α) $|-22| = \dots$ **β)** $-|-5| = \dots$ **γ)** $-|+12| = \dots$ **δ)** $+|-100| = \dots$

A3. Να διατάξεις τους παρακάτω αριθμούς σε αύξουσα σειρά:

$-3, +5, -\frac{5}{4}, -0,2, -\frac{4}{5}, 8, 0, -9, -2013$

B. Να χαρακτηρίσεις τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο φύλλο των απαντήσεων σου την λέξη **Σωστό** ή **Λάθος**, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

α. Η ισότητα $23 = 7 \cdot 3 + 2$ παριστάνει Ευκλείδεια Διαίρεση.

β. Η παράσταση $x \cdot x \cdot x$ ισούται με $4x$.

γ. Ο αντίστροφος αριθμός του $\frac{10}{5}$ είναι το $\frac{1}{2}$.

δ. Το σημείο $A(0,4)$ βρίσκεται πάνω στον ημιάξονα Ox .

ε. Η γραφική παράσταση της σχέσης $y = \frac{1}{2} \cdot x$, παριστάνει μία ημιευθεία που περνάει από την αρχή των ημιαξόνων.

Γ. Να

αντιστοιχίσεις στην κόλλα σου, κάθε εξίσωση της στήλης Α, με τον αριθμό που αντιστοιχεί στη λύση της εξίσωσης από τη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
A. $x - 17 = -10$	1. $x = -7$
B. $30 \cdot x = 12$	2. $x = +7$
Γ. $x - 8 = -15$	3. $x = \frac{2}{5}$

ΘΕΜΑ 2^ο

A1. Πότε δυο γωνίες ονομάζονται εφεξής; Πόσες μοίρες είναι μία πλήρης γωνία και πόσες μοίρες μία ευθεία γωνία;

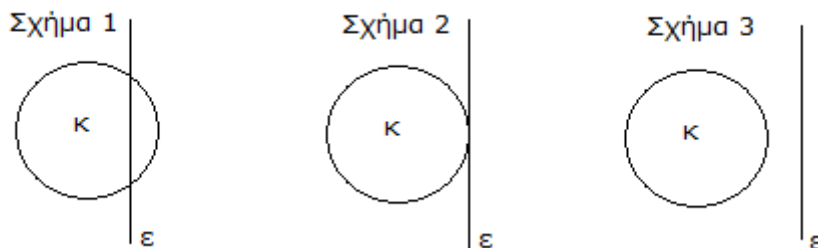
A2. Να υπολογίσεις την συμπληρωματική γωνία της $x \hat{O}y = 75^{\circ}$. Να κάνεις κατάλληλο σχήμα.

A3. Να σχεδιάσεις έναν κύκλο (Κ, 4 cm). Στη συνέχεια να φέρεις μία χορδή του ΑΒ και μία διάμετρό του ΓΔ.

B. Να χαρακτηρίσεις τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο φύλλο των απαντήσεων σου την λέξη **Σωστό** ή **Λάθος**, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

- α.** Κατακορυφήν ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν κοινή κορυφή.
- β.** Υπάρχει τρίγωνο ισοσκελές και ορθογώνιο.
- γ.** Απόσταση δύο παράλληλων ευθειών, λέγεται το μήκος οποιουδήποτε ευθυγράμμου τμήματος που έχει τα άκρα του στις ευθείες αυτές.
- δ.** Κάθε ευθύγραμμο τμήμα που συνδέει δύο σημεία του κύκλου, λέγεται χορδή του κύκλου.
- ε.** Σε κάθε ισοσκελές τρίγωνο, κάθε διάμεσος είναι ύψος και διχοτόμος.

Γ. Σε καθένα από τα παρακάτω σχήματα δίνεται κύκλος κέντρου Κ και ευθεία ε. Για καθένα από τα παρακάτω σχήματα να γράψεις στο φύλλο απαντήσεών σου, τη σχετική θέση της ευθείας ε με τον κύκλο και να βρεις πόσα κοινά σημεία έχει ο κύκλος με την ευθεία σε κάθε περίπτωση.



B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Δίνονται οι παραστάσεις:

$$\Gamma = (5 - 2 \cdot 3 + 3^2 - 7)^{2013}$$

$$\Delta = \left(\frac{5}{2} - \frac{18}{8}\right) : \frac{3}{4}$$

$$E = (-6 + 2) - (-4 + 2) + (-20 - 8 + 4) - 2 \cdot 5$$

A. Να υπολογίσεις τις αριθμητικές τιμές των παραστάσεων Γ, Δ και Ε.

B. Αν $\Gamma = 1$, $\Delta = \frac{1}{3}$ και $E = -36$, να υπολογίσεις τις τιμές των παραστάσεων:

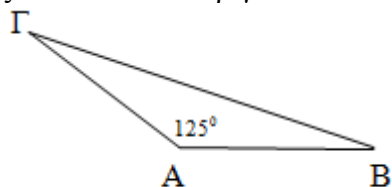
$$\alpha) \Delta - E \quad \beta) E + \Delta \quad \gamma) |\Gamma \cdot \Delta + E|$$

Γ. Αν $\Delta = \frac{1}{3}$ και $E = -36$, να βρεις το ΕΚΠ και τον ΜΚΔ του αντιστρόφου του αριθμού Δ και του αντίθετου του αριθμού Ε.

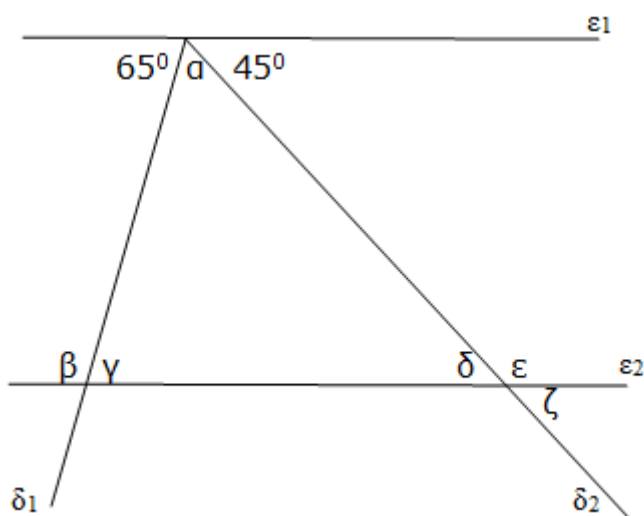
ΑΣΚΗΣΗ 2^η

A. Να σχεδιάσεις μία γωνία $\widehat{xOy} = 55^\circ$. Στη συνέχεια, να φέρεις την διχοτόμο της Οδ και να βρεις πόσες μοίρες είναι καθεμιά από τις γωνίες $\widehat{xO\delta}$ και $\widehat{\delta Oy}$.

B. Το παρακάτω τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές, με $AB = A\Gamma$, δίνεται η γωνία $\hat{A} = 125^\circ$, όπως φαίνεται στο παρακάτω σχήμα. Χωρίς να χρησιμοποιήσεις μοιρογνωμόνιο, να υπολογίσεις τις γωνίες \hat{B} και $\hat{\Gamma}$ του τριγώνου και να αιτιολογήσεις την απάντησή σου.



Γ. Στο παρακάτω σχήμα η ευθεία ϵ_1 είναι παράλληλη με την ευθεία ϵ_2 και τέμνονται από τις ευθείες δ_1 και δ_2 . Χωρίς να χρησιμοποιήσεις μοιρογνωμόνιο, να υπολογίσεις τις γωνίες: α , β , γ , δ , ϵ και ζ . Να αιτιολογήσεις τις απαντήσεις σου σε κάθε περίπτωση.



ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Δίνονται τα αντιστρόφως ανάλογα ποσά x και y του παρακάτω πίνακα:

x	0,5	1	2	4	8
y			2		

A. Να μεταφέρεις τον πίνακα στο φύλλο απαντήσεων σου και να συμπληρώσεις τα κενά με τους κατάλληλους αριθμούς.

B. Να σχεδιάσεις ορθοκανονικό σύστημα ημιαξόνων, στο μιλιμετρέ που σου έχει δοθεί. Να τοποθετήσεις τα σημεία (x, y) που προκύπτουν από τον παραπάνω πίνακα και να σχεδιάσεις τη γραφική παράσταση της σχέσης που συνδέει τα ποσά x και y .

Γ. Τι παριστάνει η γραφική παράσταση των αντιστρόφως ανάλογων ποσών; Μπορεί να τέμνει τους ημιάξονες Ox και Oy ;

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Ποιοί αριθμοί λέγονται πρώτοι και ποιοί σύνθετοι;

Να γράψετε ένα παράδειγμα για κάθε περίπτωση.

B. Να διατυπώσετε τα κριτήρια διαιρετότητας, για να διαιρείται ένας φυσικός αριθμός :
i) με το 2
ii) με το 9

Γ. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω ισότητες:

1. $a \cdot (\dots + \gamma) = a \cdot \beta + \dots$

2. $a \cdot 1 = \dots$

3. $a + \dots = a$

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Πότε δύο γωνίες λέγονται παραπληρωματικές;

B. Πότε δύο γωνίες λέγονται κατακορυφήν;

Γ. Να αντιστοιχίσετε κάθε είδος γωνίας από τη στήλη Α με τις αντίστοιχες μοίρες της από τη στήλη Β:

Στήλη Α	Στήλη Β
1. μηδενική γωνία	α. μεταξύ 90° και 180°
2. οξεία γωνία	β. 90°
3. ορθή γωνία	γ. 0°
4. αμβλεία γωνία	δ. μεταξύ 0° και 90°
5. ευθεία γωνία	ε. 180°
6. πλήρης γωνία	στ. 360°

Β. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΘΕΜΑ 1^ο

Δίνονται οι παραστάσεις

$$K = \frac{5}{3} + \frac{4}{3} \cdot (2^3 - 2) - 3^2, \quad \Lambda = -12 + 17 - 6 - (2^2 - 6), \quad M = \frac{4}{3} : \frac{4}{5} - \left(-\frac{6}{15} + 1 \right)$$

A. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων K, Λ, Μ.

B. Αν $K = \frac{2}{3}$, $\Lambda = 1$ και $M = \frac{16}{15}$

1. Να διατάξετε από την μικρότερη στη μεγαλύτερη τις τιμές των παραστάσεων K, Λ, Μ.

2. Να βρείτε τις τιμές των: i) $|K|$ και ii) $|-M|$

ΘΕΜΑ 2^ο

Η τετραμελής οικογένεια του κυρίου Κώστα, στη Ρόδο, έχει μηνιαίο μισθό 2.500€

Η οικογένεια δίνει το 20% του μισθού για ενοίκιο, το 45% του μισθού για φαγητό, τα $\frac{3}{20}$ του μισθού σε ρουχισμό ενώ τα υπόλοιπα χρήματα αποταμιεύονται.

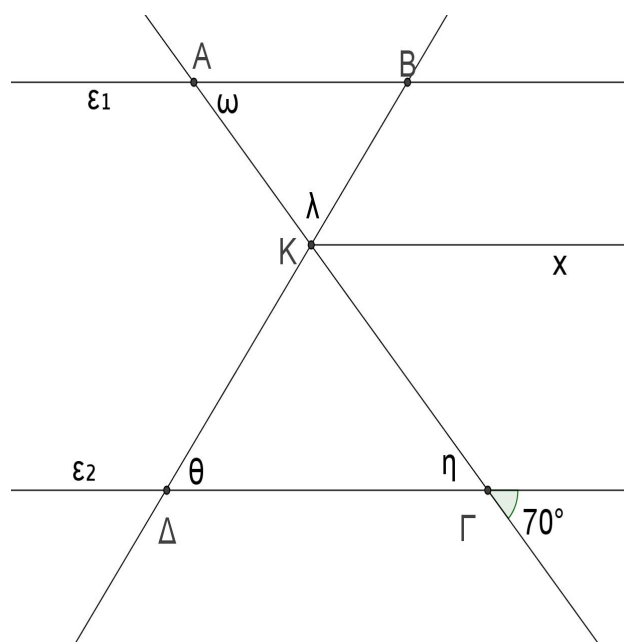
1. Πόσα χρήματα σε ευρώ δίνει η οικογένεια για ενοίκιο, πόσα για φαγητό και πόσα για ρουχισμό το μήνα;
2. Τι ποσοστό των χρημάτων της οικογένειας αποταμιεύονται το μήνα;
3. Λόγω οικονομικής κρίσης ο μηνιαίος μισθός της οικογένειας μειώθηκε κατά 8%, ποιος θα είναι ο νέος μισθός της οικογένειας;

ΘΕΜΑ 3^ο

Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες και $KA=KB$.

1. Να βρείτε τις γωνίες ω , λ αιτιολογώντας την απάντησή σας.
2. Να βρείτε τις γωνίες θ και η και να χαρακτηρίσετε το είδος του τριγώνου $K\Gamma\Delta$ ως προς τις πλευρές του αιτιολογώντας τις απαντήσεις σας.
3. Αν η ημιευθεία Kx είναι παράλληλη προς τις ευθείες ε_1 και ε_2 , να αποδείξετε ότι η Kx είναι διχοτόμος της γωνίας $\widehat{K\Gamma B}$.

(Χρησιμοποιήστε όποια γωνία θεωρείτε χρήσιμη για να δικαιολογήσετε τους ισχυρισμούς σας).



Να απαντήσετε σε ένα (1) θέμα από τη ΘΕΩΡΙΑ και δύο (2) θέματα από τις ΑΣΚΗΣΕΙΣ.

Χρησιμοποιείται μόνο μπλε ή μαύρο στυλό.

Όλες οι απαντήσεις σας να μεταφερθούν στην κόλλα σας.

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΩΡΙΑ 1

A) Ποια είναι η μονάδα μέτρησης γωνιών; Τι ονομάζουμε διχοτόμο μιας γωνίας; (Να γίνει σχήμα)

B) Ποια γωνία ονομάζουμε οξεία (Να γίνει σχήμα);

Μπορούν δύο οξείες γωνίες να είναι συμπληρωματικές; (δώστε ένα δικό σας παράδειγμα με δύο οξείες γωνίες ώστε να είναι συμπληρωματικές)

Γ) Τι ονομάζουμε διάμετρο και τι ονομάζουμε ακτίνα ενός κύκλου (Να γίνει σχήμα);

ΘΕΩΡΙΑ 2

A) Πότε δύο κλάσματα είναι αντίστροφα;

B) Πότε δύο κλάσματα ονομάζονται ομώνυμα και πότε δύο κλάσματα ονομάζονται ετερόνυμα;

Γ) Όταν έχουμε πολλαπλασιασμό δύο αρνητικών αριθμών το αποτέλεσμα είναι θετικός αριθμός; (Δώστε ένα δικό σας παράδειγμα με δύο αρνητικούς αριθμούς).

Β. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Να βρείτε τα αποτελέσματα και εάν γίνεται να τα απλοποιήσετε

$$A) \frac{1}{3} + \frac{8}{3} = \quad \frac{6}{3} - \frac{2}{3} = \quad \frac{1}{3} + \frac{1}{5} + \frac{1}{15} = \quad \left(\frac{7}{3} + \frac{3}{5}\right) \cdot \frac{1}{4} =$$

$$B) 2 \cdot (7 + 7 \cdot 9) + 6^2 = \quad \frac{5}{7} \cdot \frac{6}{3} \cdot \frac{5}{8} =$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

A) Να αντιστοιχίσετε τις εξισώσεις της στήλης Α με τις λύσεις της στήλης Β

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
1. $X + 5 = 6$	A. 4
2. $2X = 40$	B. 1
3. $24 : X = 6$	Γ. 20
4. $29 - X = 22$	Δ. 7

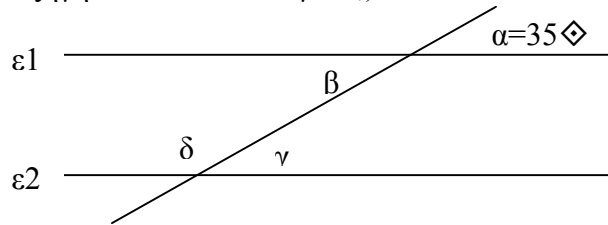
B) Να λύσετε τις εξισώσεις

$$6X = 14 - 2 \quad \frac{16}{X} = 4 \quad \frac{X}{6} = \frac{5}{3}$$

ΑΣΚΗΣΗ 3

A) Εάν σε ένα τρίγωνο η μία γωνία είναι 35° και η άλλη είναι 45° τότε πόσες μοίρες είναι η τρίτη γωνία; Είναι το τρίγωνο αμβλυγώνιο;

B) Στο παρακάτω σχήμα οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι παράλληλες. Να βρείτε πόσες μοίρες είναι οι γωνίες β , γ και δ . (Να εξηγήσετε αναλυτικά γιατί;)



A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ**ΘΕΜΑ 1^ο**

A. Τι λέγονται πολλαπλάσια ενός φυσικού αριθμού a και ποια είναι τα πέντε πρώτα πολλαπλάσια του;

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με **(Σ)** αν είναι **σωστές** ή με **(Λ)** αν είναι **λάθος**.

1) Η επιμεριστική ιδιότητα του πολλαπλασιασμού ως προς την αφαίρεση είναι:

$$a \cdot (\beta - \gamma) = a \cdot \beta - \gamma$$

2) Η ισότητα: $200 = 12 \cdot 15 + 20$ είναι Ευκλείδεια Διαίρεση.

3) Δύο αριθμοί a και β λέγονται πρώτοι μεταξύ τους αν είναι: $\text{ΜΚΔ}(a, \beta) = 1$

Γ. 1) Να γραφούν με πιο σύντομο τρόπο οι παρακάτω παραστάσεις:

α) $x \cdot x \cdot x + y + y$ και **β)** $x \cdot y \cdot x \cdot y \cdot x$

2) Να συμπληρώσετε τα κενά στην παρακάτω πρόταση:

Ένας φυσικός αριθμός διαιρείται με το **3** ή το **9**, αν το των ψηφίων του διαιρείται με το ή το αντίστοιχα.

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Τι λέγεται κύκλος;

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με **(Σ)** αν είναι σωστές ή με **(Λ)** αν είναι **λάθος**.

1) Ευθεία γωνία λέγεται η γωνία της οποίας το μέτρο είναι ίσο με 360° .

2) Συμπληρωματικές γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν άθροισμα 180° .

3) Οι προσκείμενες γωνίες στη βάση του ισοσκελούς τριγώνου, είναι ίσες.

Γ. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

1) Μη κυρτή γωνία λέγεται κάθε γωνία με μέτρο μεγαλύτερο των και μικρότερο των

2) Εφεξής γωνίες ονομάζονται δύο γωνίες που έχουν την μία και δεν έχουν κανένα άλλο

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**ΑΣΚΗΣΗ 1^η**

Δίνονται οι παρακάτω παραστάσεις:

$$a = (2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 2^1) : (7 \cdot 2 - 2^3) \quad \text{και} \quad \beta = \frac{7}{2} : \left(3 \frac{1}{2} - 2 \frac{1}{3} \right)$$

A. Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων a και β .

B. Αν $a=4$ και $\beta=3$ οι τιμές των παραστάσεων του (A) ερωτήματος, τότε να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης: $\Pi = \frac{a}{\beta} + \frac{\beta}{a} + \frac{7}{12}$ και να κάνετε το κλάσμα που θα βρείτε ανάγωγο.

Γ. Αν $\alpha=4$ και $\beta=3$ τότε να εξετάσετε αν ο αριθμός $\gamma = \alpha^2 + \beta^3 - 1^{2013}$, διαιρείται με το **2** και το **3** συγχρόνως.

ΑΣΚΗΣΗ 2"

Σε μια ομάδα ποδοσφαίρου του νησιού μας, συμμετείχαν **3** μέτοχοι που διέθεσαν συνολικά 80.000 €. Ο πρώτος (**A**) μέτοχος διέθεσε τα $\frac{5}{8}$ του συνολικού ποσού.

Ο δεύτερος (**B**) μέτοχος διέθεσε το 40% του ποσού που διέθεσε ο (**A**). Το υπόλοιπο ποσό το διέθεσε ο τρίτος (**Γ**) μέτοχος.

A. Να βρείτε το ποσό του (A) μετόχου.

B. Το ποσό του (B) μετόχου.

Γ. Το ποσό και το ποσοστό επί τοις εκατό του (Γ) μετόχου σε σχέση με το συνολικό ποσό που διατέθηκε.

ΑΣΚΗΣΗ 3"

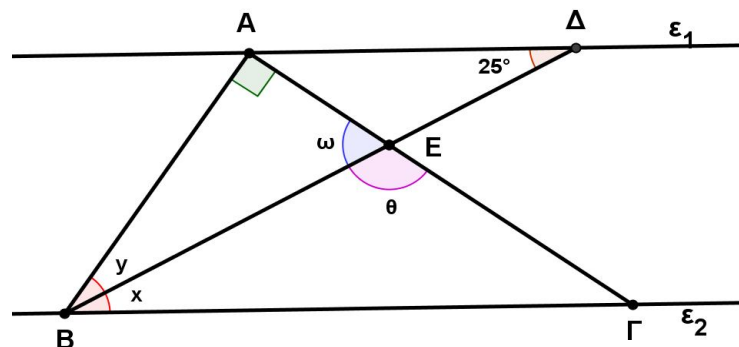
Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες ε_1 και ε_2 είναι παράλληλες ($\varepsilon_1 \parallel \varepsilon_2$), η $B\Delta$ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{A}B\Gamma$, η γωνία $\hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma} = 90^\circ$ και η γωνία $\hat{A}\hat{\Delta}B = 25^\circ$.

A. Να υπολογίσετε τις γωνίες \hat{x} και \hat{y} .

B. Να υπολογίσετε τις γωνίες $\hat{\omega}$ και $\hat{\theta}$.

Γ. Τι τρίγωνο είναι το $AB\Delta$ σε σχέση με τις γωνίες του και σε σχέση με τις πλευρές του;

Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας.



Παρατηρήσεις:

α. Από τα δύο θέματα θεωρίας να γράψετε μόνο το ένα και από τις τρεις ασκήσεις να γράψετε μόνο τις δύο.

β. Όλες οι απαντήσεις να δοθούν στην κόλλα σας.

γ. Όλα τα θέματα είναι ισόβαθμα.

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

1^ο ΘΕΜΑ

α) Σωστό ή Λάθος;

i) $\frac{\alpha}{\beta} \cdot \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha \cdot \gamma}{\beta \cdot \delta}$ ii) $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\gamma}{\delta} = \frac{\alpha + \gamma}{\beta + \delta}$ iii) $\lambda \cdot \frac{\alpha}{\beta} = \frac{\lambda \cdot \alpha}{\beta}$

β) Να συμπληρώσετε τα κενά:

i) Η εξίσωση $\alpha - x = \beta$ έχει λύση την $x = \dots\dots\dots$

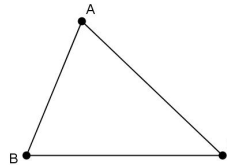
ii) Η εξίσωση $\alpha \cdot x = \beta$ έχει λύση την $x = \dots\dots\dots$

iii) Η εξίσωση $\alpha : x = \beta$ έχει λύση την $x = \dots\dots\dots$

γ) Ποιοι φυσικοί αριθμοί λέγονται πρώτοι και ποιοι σύνθετοι;

2^ο ΘΕΜΑ

α)



Στο παραπάνω τρίγωνο μεταξύ ποιων πλευρών περιέχεται η γωνία \hat{B} ;

Απέναντι από ποια γωνία είναι η πλευρά ΒΓ και ποιες γωνίες είναι προσκείμενες στην πλευρά ΑΓ;

β) Σε μια ευθεία έχουμε στη σειρά, τα σημεία Α, Β, Γ όπως φαίνεται στο σχήμα.

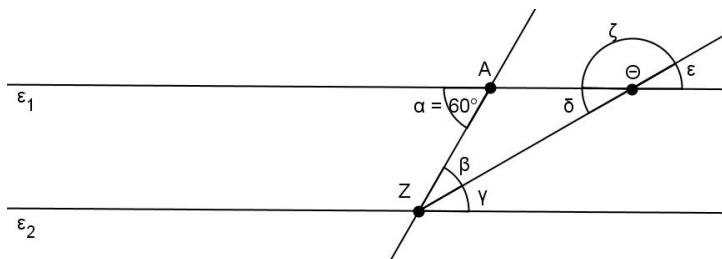


Να συμπληρώσετε τα κενά: $AB + B\Gamma = \dots$ $A\Gamma - AB = \dots$

γ) Τι είναι η μεσοκάθετος ενός ευθύγραμμου τμήματος και ποια ιδιότητα έχουν τα σημεία της;

Β. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

1^η ΑΣΚΗΣΗ



Στο παραπάνω σχήμα οι ευθείες ϵ_1 και ϵ_2 είναι παράλληλες και η ημιευθεία ΖΘ είναι διχοτόμος της γωνίας \hat{Z} . Δίνεται ότι $\hat{\alpha} = 60^\circ$. Να βρείτε πόσων μοιρών είναι κάθε μια από τις γωνίες $\hat{\beta}, \hat{\gamma}, \hat{\delta}, \hat{\epsilon}, \hat{\zeta}$ (όχι μετρώντας τις με μοιρογνωμόνιο) και να δικαιολογήσετε πως το βρήκατε.

2^η ΑΣΚΗΣΗ

α) Να βρείτε το πηλίκο και το υπόλοιπο της διαίρεσης του 528 με το 13.

β) Να γράψετε την ισότητα που συνδέει αυτούς τους δύο αριθμούς (τον 528 και τον 13) με το πηλίκο και το υπόλοιπο τους.

γ) Είναι το 13 διαιρέτης του 528; Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

3^η ΑΣΚΗΣΗ

Τα $\frac{3}{5}$ των μαθητών ενός σχολείου είναι κορίτσια. Αν τα κορίτσια του σχολείου αυτού είναι 96, να βρείτε:

α) πόσα παιδιά έχει το σχολείο

β) πόσα είναι τα αγόρια.

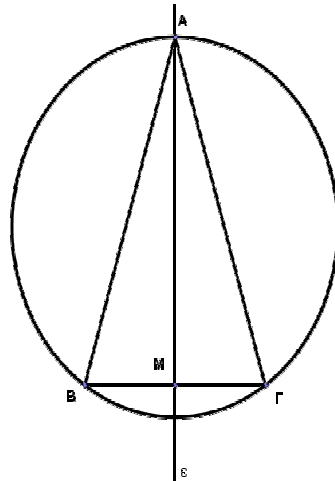
ΠΡΟΣΟΧΗ!

Όλες οι απαντήσεις να δοθούν στη κόλλα σας και όχι σ' αυτό το φυλλάδιο.

Από τα θέματα της θεωρίας πρέπει να απαντήσετε μόνο στο ένα (1^ο ή 2^ο με όλα τα υποερωτήματα) και από τις ασκήσεις μόνο στις δύο (με τα υποερωτήματα τους).

A. Θέματα Θεωρίας (επιλέγετε ένα από τα δύο θέματα)

1. i. Ποιός αριθμός λέγεται πρώτος; Να γράψετε τους 5 μικρότερους πρώτους.
 ii. Να αναλύσετε σε γινόμενο πρώτων παραγόντων τους αριθμούς 630 και 3300.
 iii. Να βρείτε το ΕΚΠ και τον ΜΚΔ των παραπάνω αριθμών.
2. α. Ποιά είναι η (χαρακτηριστική) ιδιότητα των σημείων της μεσοκαθέτου ενός ευθυγράμμου τμήματος;
 β. Στο παρακάτω σχήμα η ε είναι μεσοκάθετος της χορδής ΒΓ.
 i. Τι είδους τρίγωνο είναι το ΑΒΓ ως προς τις πλευρές του και γιατί;
 ii. Αν Ο το κέντρο του κύκλου και $\rho=2,5\text{cm}$ η ακτίνα του να δικαιολογήσετε ότι το Ο είναι πάνω στην ε.



B. Θέματα Ασκήσεων (επιλέγετε δύο ασκήσεις)

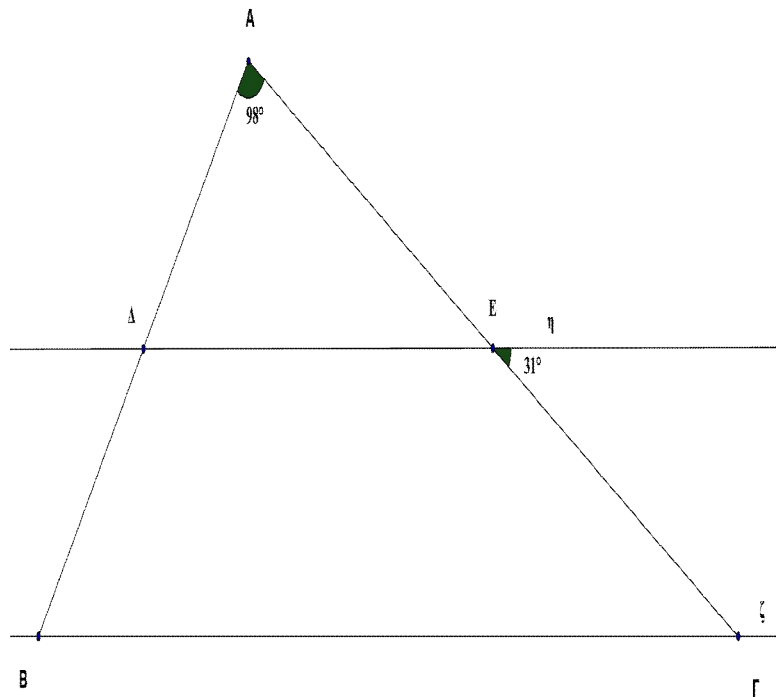
1. Να βρείτε την τιμή της αριθμητικής παράστασης

$$A = 2^3 \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\right) + 2^2 \cdot \left(2 : \frac{1}{3} - \frac{11}{2}\right) - 2 \cdot \left(\frac{3}{5} : \frac{11}{2}\right) - 2 \cdot \left(\frac{3}{5} : \frac{6}{5}\right) - 1^{2013}$$

2. i. Πόσο τόκο θα πάρουμε αν καταθέσουμε κεφάλαιο 5000€ για ένα έτος με επιτόκιο 2,5%;
 ii. Ποιό κεφάλαιο πρέπει να καταθέσουμε σε μια τράπεζα, με επιτόκιο 2,5%, για να πάρουμε μετά από ένα έτος μαζί με τους τόκους 6150€
 iii. Ποιό είναι το επιτόκιο της τράπεζας όταν κεφάλαιο 6000€ δίνει τόκο 300€ μετά από ένα έτος;

3. Στο διπλανό σχήμα οι ευθείες η, ζ είναι παράλληλες.

Να βρείτε τις γωνίες των τριγώνων ΑΒΓ και ΑΔΕ. (Να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας).





Θέματα Β Γυμνασίου

(26 Διαγωνίσματα)

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να συμπληρώσετε τα κενά:

α. Τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α , λέγεται ο αριθμός, ο οποίος, όταν υψωθεί στο, δίνει τον αριθμό

β. Η τετραγωνική ρίζα του συμβολίζεται με $\sqrt{\alpha}$

- γ.
- $0^2 = \dots$
 - $\sqrt{0} = \dots$
 - $\sqrt{16} = \dots$
 - $\sqrt{0,16} = \dots$

δ. Κάθε αριθμός που δεν είναι ρητός, ονομάζεται αριθμός.

B. α. Να τοποθετήσετε στην ευθεία των πραγματικών αριθμών τους αριθμούς:

$$\sqrt{2}, \quad , \quad -4 \quad -1, \quad \sqrt{3}, \quad \frac{1}{2}, \quad -\frac{1}{2}$$

β. Να γράψετε αν είναι σωστές ή λάθος οι παρακάτω ανισώσεις:

- | | | |
|------------------------|-----------------------|-------------------------|
| 1. $-5 < 0$ | 2. $-2 < 2 < -15$ | 3. $-2 < -8$ |
| 4. $3 < \sqrt{13} < 4$ | 5. $1 < \sqrt{2} < 2$ | 6. $1 < \sqrt{2} < -15$ |

ΘΕΜΑ 2^ο

A. α. Ποια είναι η σχέση που συνδέει τις κάθετες πλευρές με την υποτείνουσα ενός ορθογωνίου τριγώνου;

β. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα.

γ. Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με τη γωνία Α=90^ο.

1. Ποιες είναι οι κάθετες πλευρές;
2. Ποια είναι η υποτείνουσα;
3. Ποιες γωνίες είναι οξείες;
4. Να εφαρμόσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα.

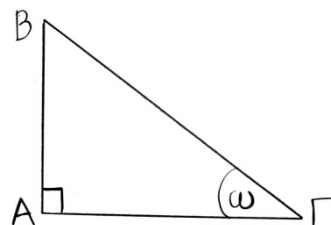
B. α. Η γωνία Γ είναι ίση με ω. Να γράψετε το ημω, συνω και την εφω σε σχέση με τις πλευρές του τριγώνου ΑΒΓ.

β. Να συμπληρώσετε τα κενά:

1. $\eta\mu\omega = \frac{\dots}{\text{υποτείνουσα}}$

2. $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\dots}$

3. Αν δυο οξείες γωνίες έχουν ίσα συνημίτονα, τότε οι γωνίες αυτές είναι



Β.ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΑΣΚΗΣΗ 1η

Α. Στον παρακάτω πίνακα να αντιστοιχίσετε κάθε εξίσωση ή ανίσωση της στήλης Α με τη λύση της στη στήλη Β.

Στήλη Α εξίσωση ή ανίσωση	Στήλη Β Λύση εξίσωσης ή ανίσωσης
$2x=4$	$x>3$
$3x=-6$	$x=-1$
$4x+4=0$	$1 < x < 2$
$3x+x=0$	$x=2$
$2 < 2x < 4$	$x=0$
$5x > 15$	$x=-2$

Β. Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{3}{5} - \frac{2x-1}{10} = \frac{5-2x}{10}$

ΑΣΚΗΣΗ 2η

Α.

1. Η συνάρτηση $y=0,03$ έχει πίνακα τιμών:

x	1000	1100
y	30	33

Σ Λ

2. Να συμπληρώσετε τους πίνακες τιμών των παρακάτω συναρτήσεων:

α. $y=4x+2$

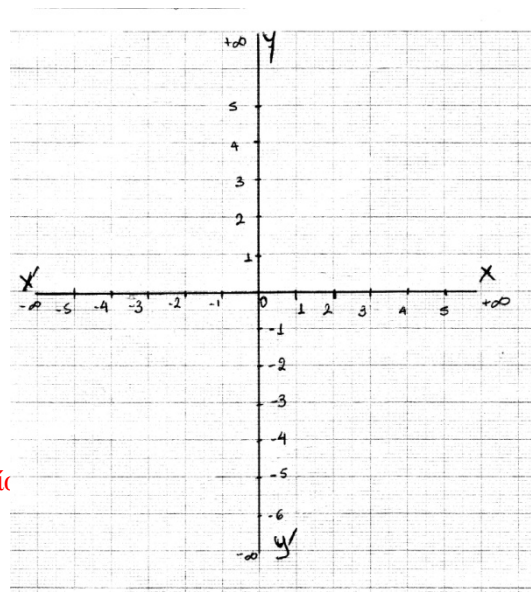
x	-2	-1	0	1	2
y					

β. $y=x^2-3$

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

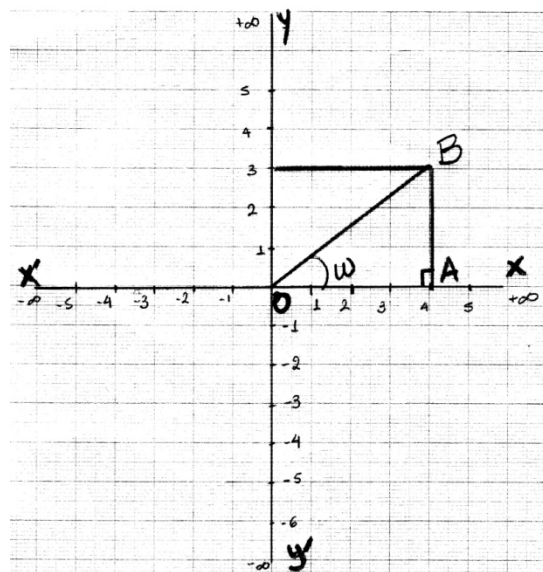
γ. 1. Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=4x+2$ στο καρτεσιανό επίπεδο συντεταγμένων.

2. Να βρεθεί η κλίση της ίδιας ευθείας



ΑΣΚΗΣΗ 3η

1. Να γράψετε τις συντεταγμένες των σημείων O , A , B , Γ δηλ. $O(x_1, y_1)$, $A(x_2, y_2)$, $B(x_3, y_3)$ και $\Gamma(x_4, y_4)$.
2. Στο ορθογώνιο τρίγωνο OAB να εφαρμοσθεί το Πυθαγόρειο θεώρημα και να βρεθεί η OB πλευρά .
3. Από το τρίγωνο OAB να βρεθεί το $\eta\mu\omega$, $\sigma\upsilon\nu\omega$ και $\epsilon\phi\omega$.
4. Αν $OA=4\text{ cm}$, $AB=3\text{ cm}$, $OB=5\text{ cm}$
 - α. Να βρεθεί η περίμετρος του OAB και η περίμετρος του $OAB\Gamma$.
 - β. Να βρεθεί το εμβαδόν του τριγώνου OAB και το εμβαδόν του ορθογωνίου παραλληλογράμμου $OAB\Gamma$.



Να γράψετε **1 Θεωρία και 2 Ασκήσεις.**
Τα θέματα είναι ισοδύναμα!

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

- ΘΕΜΑ Α** 1. Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με πλευρές α,β,γ όπου η β είναι η υποτείνουσα .Να εξετάσετε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:
 (α) $\alpha^2=\beta^2+\gamma^2$, (β) $\beta^2=\alpha^2+\gamma^2$, (γ) $\gamma^2=\alpha^2+\beta^2$, (δ) $\gamma^2=\beta^2-\alpha^2$, (ε) $\beta^2=\alpha^2-\gamma^2$, (στ) $\alpha^2=\beta^2-\gamma^2$, (ζ) $\alpha^2=\gamma^2-\beta^2$
 (η) $\gamma^2=\alpha^2-\beta^2$
2. Ποιες από τις παρακάτω τριάδες αριθμών είναι δυνατόν να αποτελούν πλευρές ορθογωνίου τριγώνου
 (Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)
 (i) 2,4,3 (ii) 5,4,3 (iii) 8,15,17

ΘΕΜΑ Β: 1. Αν τα ποσά χ, ψ είναι ανάλογα:

i) Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα:

χ	3		1,5	
ψ	4	-20		8/5

ii) Ποιος από τους παρακάτω τύπους εκφράζει το ψ ως συνάρτηση του χ ; (σύμφωνα με τον παραπάνω πίνακα)

(α) $\psi=4\chi$, (β) $\psi=3\chi$, (γ) $\psi=\frac{3}{4}\chi$, (δ) $\psi=\frac{4}{3}\chi$

2. Να βρείτε ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λάθος:

- i) Η ευθεία με εξίσωση $\psi = -2\chi + 4$ είναι παράλληλη με την ευθεία με εξίσωση $\psi = 4\chi - 2$
 ii) Η ευθεία με εξίσωση $\psi = 3\chi - 4$ έχει κλίση -4
 iii) Το σημείο (0,2) ανήκει στην ευθεία με εξίσωση $\psi = \alpha\chi$

3. i) Να γράψετε ένα παράδειγμα εξίσωσης που έχει μοναδική λύση.
 ii) Να γράψετε ένα παράδειγμα εξίσωσης που είναι αδύνατη.
 iii) Να γράψετε ένα παράδειγμα εξίσωσης που είναι αδύνατη.

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**ΘΕΜΑ Α**

α) Να λυθεί η εξίσωση:

$$\frac{4x-3}{2} - \frac{x-2}{4} = \frac{3x}{4}$$

β) Να λυθεί η ανίσωση:

$$3(\chi+1) \geq -2(-\chi+1)+6\chi$$

γ) Να εξετάσετε αν η λύση της εξίσωσης είναι και λύση της ανίσωσης .(Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας)

ΘΕΜΑ Β

Να κατασκευαστεί κύκλος διαμέτρου $B\Gamma=5\text{cm}$ και κέντρου O . Θεωρούμε σημείο A του κύκλου τέτοιο ώστε

$\widehat{BA}=108^\circ$ Να υπολογιστούν:

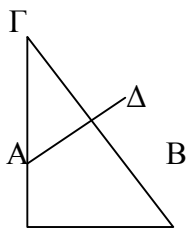
α) οι γωνίες του τριγώνου $AB\Gamma$.

β) η πλευρά $A\Gamma$ του τριγώνου $AB\Gamma$.

γ) το μήκος του κύκλου και το εμβαδό του κυκλικού δίσκου.

Δίνεται: $\eta\mu 54^\circ=0,8$.

ΘΕΜΑ Γ



Στο διπλανό σχήμα δίνεται: $\widehat{BAG}=90^\circ$, $\widehat{ADB}=90^\circ$, $AB=8\text{cm}$, $B\Gamma=10\text{cm}$.

Να υπολογιστούν:

α) το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος $A\Gamma$.

β) οι τριγωνομετρικοί αριθμοί της \widehat{B} .

γ) το μήκος του ευθυγράμμου τμήματος $A\Delta$.

*ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΤΕ ΣΕ ΕΝΑ ΘΕΜΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΚΑΙ ΣΕ ΔΥΟ ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ.

*ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΙΝΑΙ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ.

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (ΝΑ ΕΠΙΛΕΞΕΤΕ ΤΗ ΜΙΑ ΘΕΩΡΙΑ ΑΠΟ ΤΙΣ ΔΥΟ)

ΘΕΩΡΙΑ 1^η

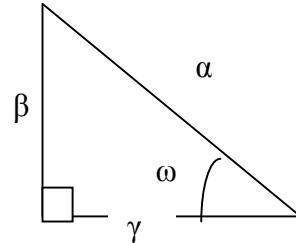
- A) Τι λέγεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a ;
 B) Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω ισότητες στη κόλα σας ως **Σωστή** ή **Λάθος** :
 i) $\sqrt{(-5)^2} = 5$ ii) $\sqrt{9+16} = \sqrt{9} + \sqrt{16}$ iii) $\sqrt{0} = 0$

Γ) Αν x είναι ένας **θετικός** αριθμός, τότε σε καθεμιά από τις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε και να γράψετε στην κόλα σας τη σωστή απάντηση:

	Α	Β	Γ	Δ
1) Αν $\sqrt{x} = 8$ τότε	$x = 16$	$x = 64$	$x = 4$	Σχέση αδύνατη
2) Αν $\sqrt{x} = -10$ τότε	$x = -10$	$x = 100$	$x = 50$	Σχέση αδύνατη
3) Αν $\sqrt{400} = x$ τότε	$x = -20$	$x = 20$	$x = 200$	Σχέση αδύνατη

ΘΕΩΡΙΑ 2^η

Στο διπλανό σχήμα έχουμε ένα ορθογώνιο τρίγωνο με πλευρές α, β, γ και μια οξεία γωνία ω .



- A) Να συμπληρώσετε στην κόλα σας τις ισότητες:
 i) $\eta\mu\omega = \dots\dots\dots$ ii) $\sigma\upsilon\nu\omega = \dots\dots\dots$ iii) $\epsilon\phi\omega = \dots\dots\dots$

B) Να αποδείξετε ότι: $\frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega} = \epsilon\phi\omega$

- Γ) Να χαρακτηρίσετε καθεμιά από τις παρακάτω ανισότητες στην κόλα σας ως **Σωστή** ή **Λάθος**:
 i) $0 < \eta\mu\omega < 1$, ii) $0 < \sigma\upsilon\nu\omega < 1$, iii) $0 < \epsilon\phi\omega < 1$.

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ (ΝΑ ΕΠΙΛΕΞΕΤΕ ΤΙΣ ΔΥΟ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΙΣ ΤΡΕΙΣ)

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Δίνετε η εξίσωση: $2(x - 3) - 3(x - 2) = 4(x - 5)$ και η ανίσωση: $\frac{5x + 1}{2} > \frac{6x + 3}{3}$

A) Να λύσετε την εξίσωση.

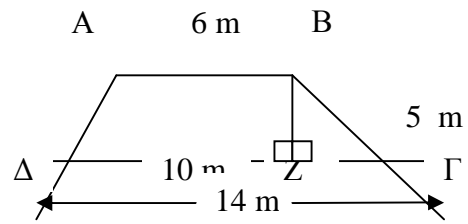
B) Να λύσετε την ανίσωση.

Γ) Να παραστήσετε τη λύση της εξίσωσης και τις λύσεις της ανίσωσης στην ευθεία των αριθμών και να εξετάσετε αν η λύση της εξίσωσης είναι λύση και της ανίσωσης.

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Στο διπλανό τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ ($AB \parallel \Gamma\Delta$) το BZ είναι ύψος του τραπέζιου και $AB=6\text{ m}$, $\Gamma\Delta=14\text{ m}$, $\Delta Z=10\text{ m}$ και $B\Gamma=5\text{ m}$.

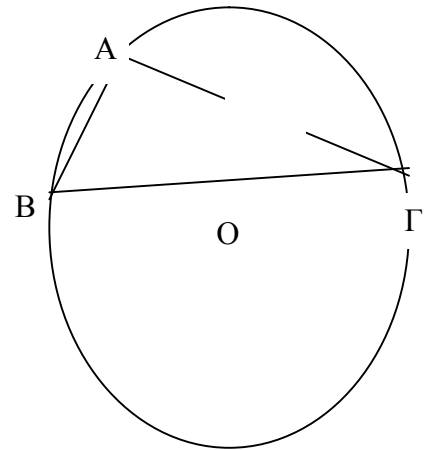
- A) Να υπολογίσετε το ύψος BZ του τραπέζιου $AB\Gamma\Delta$.
B) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του E τραπέζιου $AB\Gamma\Delta$.
Γ) Αν το τραπέζιο $AB\Gamma\Delta$ παριστάνει την αυλή ενός σπιτιού τετραγώνου πλευράς $0,2\text{ m}$ θα χρειάζονταν για να πλακ



ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι $AB=x\text{ cm}$, $A\Gamma=x+4\text{ cm}$, $B\Gamma=x+8\text{ cm}$ και $B\Gamma$ είναι διάμετρος του κύκλου ο οποίος έχει κέντρο το σημείο O . Το τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει περίμετρο 48 cm .

- A) Να υπολογίσετε την τιμή του x .
B) Να υπολογίσετε το μήκος L και το εμβαδόν E του κύκλου.
Γ) Να εξηγήσετε γιατί το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.



Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΩΡΙΑ 1^η

α. Ποιοί αριθμοί λέγονται ρητοί ;

β. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τις παρακάτω προτάσεις και να συμπληρώσετε τα κενά , ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις :

Οι πραγματικοί αριθμοί αποτελούνται από τους και τουςΚάθε σημείο της ευθείας αντιστοιχεί σε έναν αριθμό και αντίστροφα.

γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

i) Αν $y = \sqrt{x}$ τότε $x^2 = y$ όπου $x \geq 0$ και $y \geq 0$

ii) Αν $a \geq 0$ τότε $(\sqrt{a})^2 = a$

iii) Για κάθε πραγματικό αριθμό a ορίζεται η \sqrt{a}

ΘΕΩΡΙΑ 2^η

α. Ποιά γωνία λέγεται εγγεγραμμένη ;

β. Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τις παρακάτω προτάσεις και να συμπληρώσετε τα κενά , ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις :

Κάθε εγγεγραμμένη γωνία ισούται με το της επίκεντρης που έχει ίσο αντίστοιχοΚάθε εγγεγραμμένη που βαίνει σε είναι ορθή.

γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στην κόλλα σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.

i) Η επίκεντρη γωνία είναι διπλάσια κάθε εγγεγραμμένης που βαίνει στο ίδιο τόξο.

ii) Αν σε δύο κύκλους έχουμε δύο ίσες επίκεντρες γωνίες τότε τα τόξα στα οποία βαίνουν είναι ίσα.

iii) Οι εγγεγραμμένες γωνίες ενός κύκλου που βαίνουν σε ίσα τόξα είναι μεταξύ τους ίσες.

Β. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

α. Να λυθεί η εξίσωση: $\frac{3}{5} - \frac{5-3x}{10} = \frac{3x+1}{10}$

β. Να λύσετε την ανίσωση : $\frac{5-x}{3} + \frac{x+2}{6} \leq 5x$

και να βρείτε τις κοινές λύσεις της ανίσωσης με την εξίσωση.

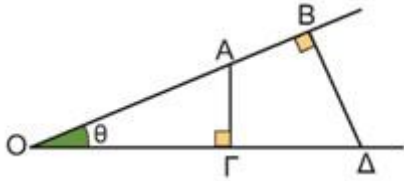
ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Στο παρακάτω σχήμα είναι $OA=5\text{cm}$, $OG=4\text{cm}$ και $OB=6\text{cm}$
Να υπολογίσετε :

α. Την AG .

β. Το εμβαδόν του τριγώνου OAG .

γ. Την BD .



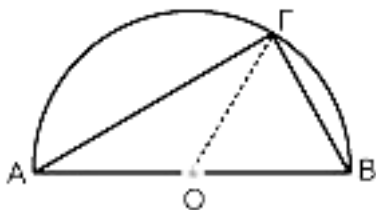
ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Στο παρακάτω ημικύκλιο διαμέτρου $AB=6\text{cm}$ δίνεται σημείο του Γ , έτσι ώστε $\widehat{A\Gamma} = 2\widehat{B\Gamma}$. Να υπολογίσετε :

α. Το εμβαδόν του ημικυκλίου.

β. Τις γωνίες του $AB\Gamma$.

γ. Τις πλευρές του τριγώνου $AB\Gamma$.



Από τα δύο θέματα θεωρίας θα απαντήσετε το ένα και από τις τρεις ασκήσεις τις δύο.

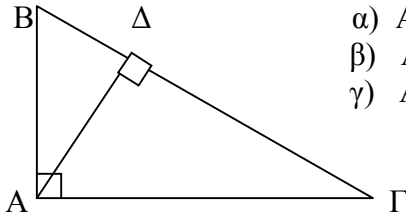
A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ Α

1. Να συμπληρώσετε τα κενά στο παρακάτω θεώρημα:

Σε κάθε ορθογώνιο το των τετραγώνων των δυο κάθετων ισούται με το..... της

2. Με βάση το παρακάτω σχήμα να χαρακτηρίσετε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω σχέσεις:



- α) $ΑΔ^2 = ΑΓ^2 - ΔΓ^2$
- β) $ΑΔ^2 = ΑΒ^2 + ΒΔ^2$
- γ) $ΑΓ^2 + ΑΒ^2 = ΒΓ^2$

ΘΕΜΑ Β

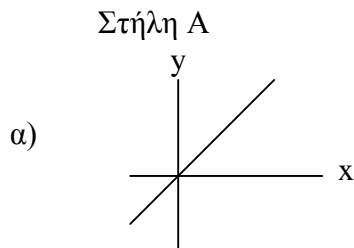
1. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις :

2.

α) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = \frac{a}{x}$, $a \neq 0$, λέγεται..... και έχει κέντροτην αρχή Ο των αξόνων.

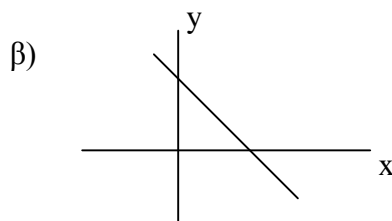
β) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax$ είναι μια..... που διέρχεται πάντα από την των αξόνων, ενώ η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = ax + \beta$ είναι μια ευθεία που διέρχεται από το σημείο του άξονα yy' .

2. Να αντιστοιχίσετε τις γραφικές παραστάσεις των συναρτήσεων της Στήλης Α στις εξισώσεις τους της Στήλης Β.

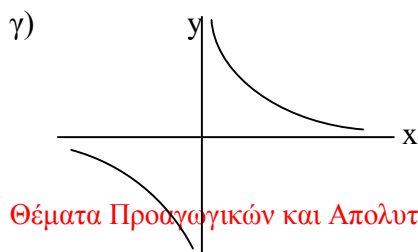


Στήλη Β

1. $yx = a$



2. $y = ax$



3. $y = ax + \beta$

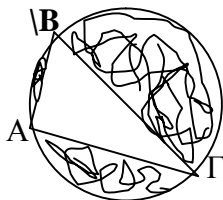
B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

1. α) Δίνεται η εξίσωση $ax^2 - 2(a+x) = a - x(8x - 3a)$.

Να βρείτε τον αριθμό a ώστε η εξίσωση να έχει λύση τον αριθμό -1 .

β) Για τον αριθμό a που βρήκατε στο ερώτημα (α) να λύσετε την ανίσωση $2 - ax < a(ax - 1)$

2.



Στο διπλανό σχήμα είναι $AB=6$, $AG=8$ και $BΓ$ η διάμετρος του κύκλου.

α) Να βρείτε την ακτίνα ρ του κύκλου.

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου.

γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου μέρους του σχήματος.

3. Ρωτήσαμε 50 μαθητές πόσες ώρες περίπου παρακολουθούν τηλεόραση κάθε μέρα. Οι απαντήσεις τους φαίνονται στον παρακάτω πίνακα κατανομής συχνοτήτων.

Ωρες τηλεθέασης	Συχνότητες(μαθητές)	Σχετικές συχνότητες %
0	2	
1	15	
2	28	
3	3	
4		
Σύνολο	50	

α) Να συμπληρωθεί ο πίνακας.

β) Να γίνει το ραβδόγραμμα σχετικών συχνοτήτων %.

Να απαντήσετε μια μόνο θεωρία και δύο ασκήσεις. Τα θέματα είναι ισοδύναμα.

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (επιλέξτε μόνο ένα θέμα)

ΘΕΜΑ 1^ο :

- A) Ποια γωνία ονομάζεται εγγεγραμμένη σε κύκλο;
- B) Να συμπληρώσετε τις παρακάτω προτάσεις:
1. Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε ημικύκλιο είναι γωνία
 2. Δυο εγγεγραμμένες γωνίες που βαίνουν στο ίδιο τόξο είναι μεταξύ τους
 3. Κάθε εγγεγραμμένη γωνία είναι ίση με το της επίκεντρης γωνίας που έχει το ίδιο αντίστοιχο τόξο.
- Γ) Μια εγγεγραμμένη γωνία \widehat{AOB} βαίνει σε ένα τόξο AB μ° μοιρών.
Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή;
1. Η εγγεγραμμένη γωνία είναι ίση με μ° .
 2. Η εγγεγραμμένη γωνία είναι ίση με $\frac{\mu^\circ}{2}$.
 3. Η εγγεγραμμένη γωνία είναι ίση με $2\mu^\circ$.

ΘΕΜΑ 2^ο :

- A) Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a ;
- B) Να γράψετε στο τετράδιό σας τον αριθμό της πρότασης και δίπλα την ένδειξη **Σωστό** αν είναι σωστή ή την ένδειξη **Λάθος** αν είναι λάθος.
1. Ο $\sqrt{1}$ είναι άρρητος αριθμός
 2. Η τετραγωνική ρίζα του 0 δεν ορίζεται.
 3. $\sqrt{a^4} = a^2$ για κάθε πραγματικό αριθμό a
 4. Ο $\sqrt{5}$ είναι άρρητος αριθμός.
 5. $\sqrt{a^2} = a$ για κάθε πραγματικό αριθμό a .

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ (επιλέξτε μόνο δύο ασκήσεις)

ΑΣΚΗΣΗ 1^η:

Να βρείτε τις κοινές ακέραιες λύσεις των ανισώσεων

$$x - (4 - 3x) + 2 - (x - 1) \leq 2(x + 1) \quad \text{και}$$

$$\frac{2x - 4}{6} - \frac{3x - 1}{3} \geq -\frac{4x - 1}{3}$$

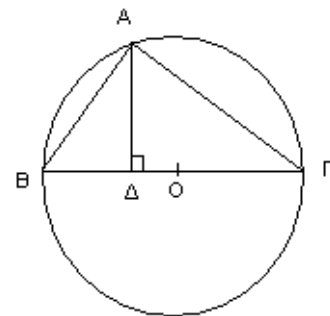
ΑΣΚΗΣΗ 2^η:

Ένας πατέρας είναι σήμερα 43 ετών και ο γιος του 7 ετών. Να βρείτε μετά από πόσα χρόνια ο πατέρας θα έχει τριπλάσια ηλικία από το γιο του.

ΑΣΚΗΣΗ 3^η:

Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι $AB=1\text{cm}$, $A\Gamma=\sqrt{3}\text{cm}$, η $B\Gamma$ είναι διάμετρος του κύκλου και η $A\Delta$ είναι κάθετη στην $B\Gamma$.

- α. Να εξηγήσετε γιατί η γωνία $\widehat{B\hat{A}\Gamma}$ είναι ορθή.
- β. Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $AB\Gamma$
- γ. Να υπολογίσετε τη διάμετρο του κύκλου.
- δ. Να υπολογίσετε το ύψος $A\Delta$



A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

Από τα επόμενα δύο θέματα θεωρίας να επιλέξεις και να απαντήσεις μόνο το ένα:

ΘΕΜΑ 1

A) Τι λέμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού; Δώσε ένα παράδειγμα.

B) Να χαρακτηρίσεις τις επόμενες προτάσεις με Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες:

i) $\sqrt{10} = 5$

ii) $\sqrt{81} = 9$

iii) $\sqrt{-81} = -9$

iv) $\sqrt{5+4} = 3$

v) $\sqrt{100-36} = 10-6=4$

Γ) Ποιοι από τους επόμενους αριθμούς είναι ρητοί και ποιοι άρρητοι;

$$\sqrt{8}, \quad 0,333\dots, \quad (\sqrt{5})^2, \quad -\frac{4}{7}, \quad -\sqrt{\frac{4}{7}}, \quad 3,14, \quad \pi$$

ΘΕΜΑ 2

A) Να σχεδιάσεις ένα ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με $\hat{A} = 90^\circ$ και να συμπληρώσεις τις επόμενες ισότητες:

i) $B\Gamma^2 = \dots\dots\dots$ (Πυθαγόρειο θεώρημα)

ii) $\epsilon\phi B = \dots\dots\dots$

iii) $\eta\mu\Gamma = \dots\dots\dots$

iv) $\sigma\upsilon\nu\Gamma = \dots\dots\dots$

v) $\epsilon\phi\Gamma = \dots\dots\dots$

B) Να χαρακτηρίσεις τις επόμενες προτάσεις με Σ αν είναι σωστές ή Λ αν είναι λανθασμένες (η ω είναι μια οξεία γωνία):

i) $0 < \eta\mu\omega < 1$

ii) $\eta\mu 45^\circ = \sigma\upsilon\nu 45^\circ$

iii) $\epsilon\phi 30^\circ = 1$

iv) $\epsilon\phi\omega = \frac{\sigma\upsilon\nu\omega}{\eta\mu\omega}$

v) $\sigma\upsilon\nu 60^\circ = 0,5$

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Από τις επόμενες 3 ασκήσεις να επιλέξεις και να λύσεις μόνο τις δύο:

ΑΣΚΗΣΗ 1

Να λύσεις τις εξισώσεις:

α) $5x - 3 = 21 + 2x - 3x$

β) $2(x + 1) - \frac{3x}{2} = \frac{x}{3}$

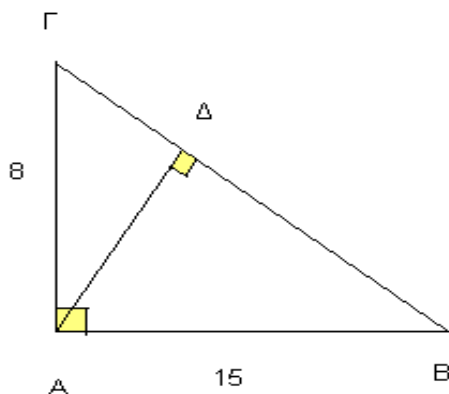
ΑΣΚΗΣΗ 2

Στο ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ ($\hat{A} = 90^\circ$) έχουμε σχεδιάσει το ύψος του $A\Delta$. Είναι: $AB = 15$ cm και $A\Gamma = 8$ cm.

α) Να δείξεις ότι $B\Gamma = 17$ cm.

β) Να γράψεις τους τριγωνομετρικούς αριθμούς: $\eta\mu B$, $\sigma\upsilon\nu B$ και $\epsilon\phi B$.

γ) Να υπολογίσεις το ύψος $A\Delta$.



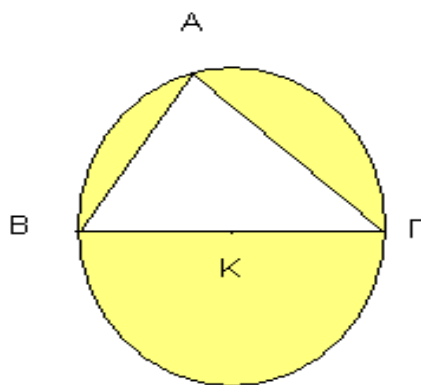
ΑΣΚΗΣΗ 3

Στο σχήμα που ακολουθεί έχουμε σχεδιάσει έναν κύκλο κι ένα τρίγωνο εγγεγραμμένο σ' αυτόν. Η πλευρά $B\Gamma$ του τριγώνου είναι διάμετρος του κύκλου, $AB = 12$ cm και $A\Gamma = 16$ cm.

α) Να δείξεις ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.

β) Να δείξεις ότι $B\Gamma = 20$ cm.

γ) Να υπολογίσεις το εμβαδόν της γκριζας περιοχής, ανάμεσα στο τρίγωνο και τον κύκλο.



A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (Να απαντήσετε σε ένα από τα δύο θέματα θεωρίας)

ΘΕΩΡΙΑ 1

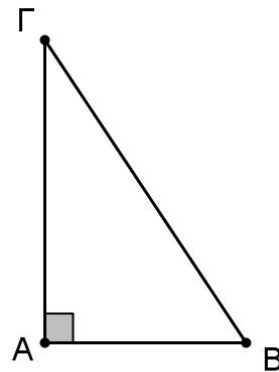
A) Τι γνωρίζετε για την γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=ax$

Πώς ονομάζεται το a ;

B) Τι γνωρίζετε για την γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=ax+\beta$

ΘΕΩΡΙΑ 2

A) Με βάση το διπλανό σχήμα να δώσετε τους ορισμούς των τριγωνομετρικών αριθμών της γωνίας B.



B) Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά ώστε να προκύψουν αληθείς σχέσεις.

i) $\eta\mu 30^0 = \dots$

ii) $\sigma\upsilon\nu 45^0 = \dots\dots$

iii) $\epsilon\phi 60^0 = \dots\dots$

iv) $\eta\mu \omega \dots 1$

v) $\sigma\upsilon\nu \omega \dots 0$

όπου ω οποιαδήποτε οξεία γωνία.

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ (Να λύσετε τα δύο από τα τρία θέματα ασκήσεων)

ΑΣΚΗΣΗ 1η

Να λυθούν οι ανισώσεις και να βρεθούν οι κοινές τους λύσεις

$$5(x-2)+3 < 28 \quad \text{και} \quad \frac{x-2}{3} - \frac{4(x+1)}{5} \geq \frac{4}{3}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2η

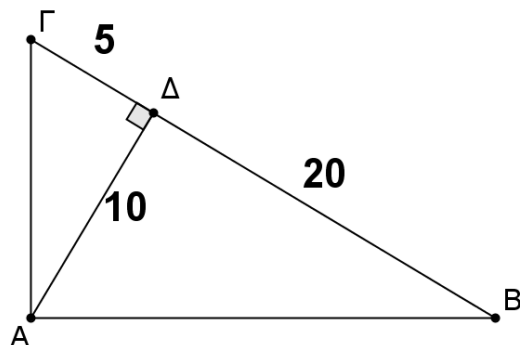
Στο διπλανό σχήμα δίνεται ότι το ύψος του τριγώνου ABΓ είναι $A\Delta=10$, το $\Gamma\Delta=5$ και $\Delta B=20$.

A) Να υπολογισθούν τα

$$AB^2, \quad A\Gamma^2, \quad B\Gamma^2$$

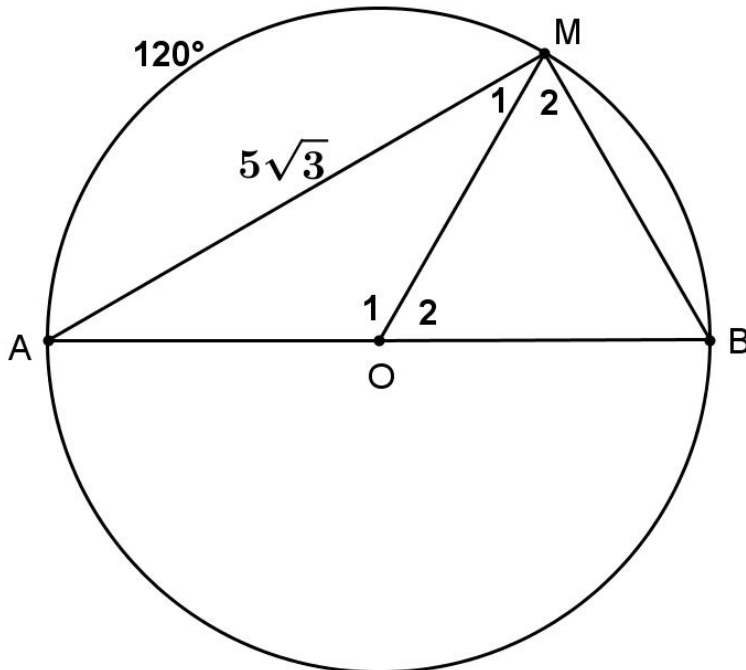
B) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο

ABΓ είναι ορθογώνιο και να βρεθεί το εμβαδό του τριγώνου ABΓ.



ΑΣΚΗΣΗ 3η

Στο παρακάτω σχήμα δίνεται κύκλος διαμέτρου AB ,
το τόξο $\widehat{AM} \hat{=} 120^\circ$ και η χορδή $AM=5\sqrt{3}$.



- α) Να υπολογισθούν οι γωνίες των τριγώνων AOM και BOM .
- β) Να δείξετε ότι η ακτίνα του κύκλου ισούται με $R=5$
- γ) Να υπολογίσετε το εμβαδό του τριγώνου AMB , το μήκος του κύκλου καθώς και το εμβαδό του κυκλικού δίσκου.

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΩΡΙΑ 1^η

A) Να γράψετε το πυθαγόρειο θεώρημα

B) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες:

1) Ισχύει $\eta\mu\hat{\omega} > 1$ όπου $\hat{\omega}$ είναι μία οξεία γωνία.

2) Μία εγγεγραμμένη γωνία είναι ίση με το μισό της επίκεντρης που έχει ίσο αντίστοιχο τόξο.

3) Η γωνία φ ενός κανονικού n -γώνου είναι παραπληρωματική της κεντρικής του γωνίας.

ΘΕΩΡΙΑ 2^η

A) Πως ορίζεται η τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a ;

B) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες:

1) Η ευθεία $y=ax$ διέρχεται από την αρχή των αξόνων (όπου a αριθμός διαφορετικός του μηδενός).

2) Οι ευθείες $y=ax$ και $y=ax+\beta$ (a, β αριθμοί διαφορετικοί του μηδενός) τέμνονται.

3) Η ευθεία $y=ax+\beta$ τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0, \beta)$ (όπου a διαφορετικός του μηδενός).

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

A) Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων:

$$x+1 < 5 \text{ και } 1-(x+1) < 0$$

B) Να λύσετε την εξίσωση:

$$1 - \frac{2x-5}{3} = x + \frac{7-x}{6}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Δίνεται κύκλος με μήκος περιφέρειας 50,24 μέτρα.

A) Να υπολογίσετε την ακτίνα του κύκλου και το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου.

B) Να υπολογίσετε το μήκος τόξου 60° και το εμβαδό κυκλικού τομέα γωνίας 60° .

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Δίνεται ένα ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=A\Gamma=20$ cm και περίμετρο ίση με 50 cm. Να υπολογίσετε:

A) Το εμβαδό του τριγώνου $AB\Gamma$.

B) Τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας \hat{B}

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΩΡΙΑ 1^ο :Α) Πως ορίζεται η τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α;

Β)Εξηγήστε γιατί δεν ορίζεται η τετραγωνική ρίζα ενός αρνητικού αριθμού.

Γ)Συμπληρώστε τα κενά

$$\sqrt{0} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{7^{-2}} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\sqrt{(-5)^2} = \underline{\hspace{2cm}}$$

ΘΕΩΡΙΑ 2^ο :Α) Διατυπώστε το αντίστροφο του Πυθαγόρειου Θεωρήματος.

Β) Εξετάστε αν το τρίγωνο ΑΒΓ με α=8 , β=13 , γ=9 , είναι ορθογώνιο.

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η : α)Να λυθεί η εξίσωση $\frac{2x+1}{5} - x = \frac{4-3x}{2}$

β)Εξετάστε αν η λύση της παραπάνω εξίσωσης είναι και λύση της ανίσωσης $2(x+1) - 4x > -1$.

ΑΣΚΗΣΗ 2^η : Στο διπλανό σχήμα δίνεται κύκλος με κέντρο Ο και ακτίνα

10 cm. Το ευθύγραμμο τμήμα ΑΒ είναι διάμετρος του κύκλου και το τόξο $\widehat{AB} \hat{=} 60^\circ$.

Α)Να υπολογιστούν οι γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ

Β)Να υπολογιστεί το εμβαδό του κυκλικού δίσκου

Γ)Να υπολογιστούν τα μήκη των ΑΒ και ΑΓ.

ΑΣΚΗΣΗ 3^η : Στο τραπέζιο που δίνεται στο διπλανό σχήμα οι γωνίες

Α και Δ είναι ορθές και ΑΒ=14 , ΒΓ=13 , ΑΔ=5. Να βρεθούν

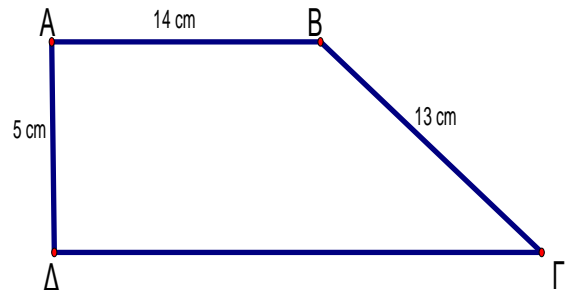
Α)Το μήκος της ΔΓ

Β)Το εμβαδό του τραπέζιου

Γ)Η πλευρά ενός τετραγώνου που έχει ίδιο εμβαδό με το τραπέζιο

Οδηγίες : Από τα δύο θέματα θεωρίας να απαντήσετε το ένα και από τις τρεις ασκήσεις να λύσετε τις δύο. Τα σχήματα να μεταφερθούν στην κόλλα σας.

Καλή τύχη



A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

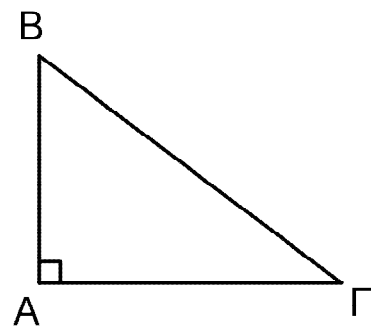
ΘΕΩΡΙΑ 1^η

- A. Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a .
 B. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά, ώστε να προκύψουν αληθείς προτάσεις:
 α) Αν $a \geq 0$, τότε $(\sqrt{a})^2 = \dots$
 β) Αν $a \geq 0$ και $\sqrt{a} = x$, τότε $x \dots 0$ και $x^2 = \dots$
 γ) Είναι $\sqrt{0} = \dots$ και $\sqrt{(-5)^2} = \dots$

ΘΕΩΡΙΑ 2^η

A. Σύμφωνα με το διπλανό σχήμα να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:

$\eta\mu\hat{B} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
 $\sigma\upsilon\nu\hat{\Gamma} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$
 $\epsilon\phi\hat{B} = \frac{\dots}{\dots} = \frac{\dots}{\dots}$



B. Να αντιστοιχίσετε τα στοιχεία της στήλης A με τα στοιχεία της στήλης B για να προκύψουν αληθείς ισότητες

Στήλη A	Στήλη B
1. $\eta\mu 45^\circ$	α. $\frac{\sqrt{3}}{2}$
2. $\sigma\upsilon\nu 30^\circ$	β. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
3. $\epsilon\phi 60^\circ$	γ. $\frac{\sqrt{3}}{2}$

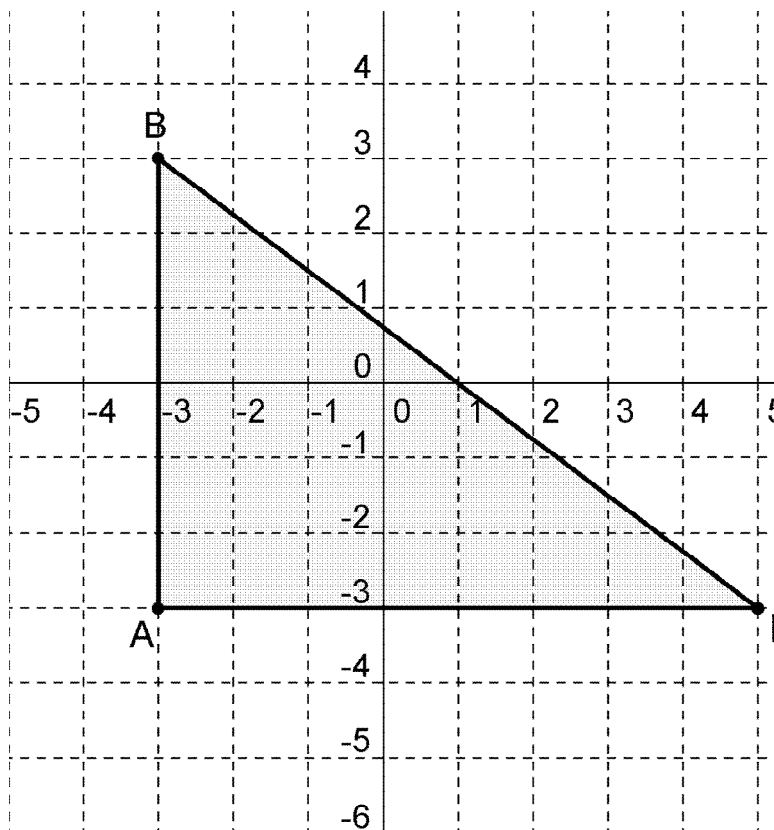
B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

- α. Να λυθεί η ανίσωση: $-2(-4 + x) + 2 \leq -(3 + x) - 2(1 - 2x)$
 β. Να λυθεί η ανίσωση: $1 - \frac{1-x}{2} > \frac{x-2}{3} - \frac{3-x}{4}$
 γ. Να παραστήσετε στην ευθεία των αριθμών τις κοινές λύσεις των παραπάνω ανισώσεων

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Α. Στο διπλανό σχήμα να βρείτε τις συντεταγμένες των σημείων Α, Β και Γ



Β. Με τη βοήθεια του διπλανού σχήματος να υπολογίσετε τα μήκη των πλευρών ΑΒ και ΑΓ

Γ. Με τη βοήθεια του Πυθαγορείου θεωρήματος να υπολογίσετε το μήκος της πλευράς ΒΓ

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Στο διπλανό σχήμα το τόξο

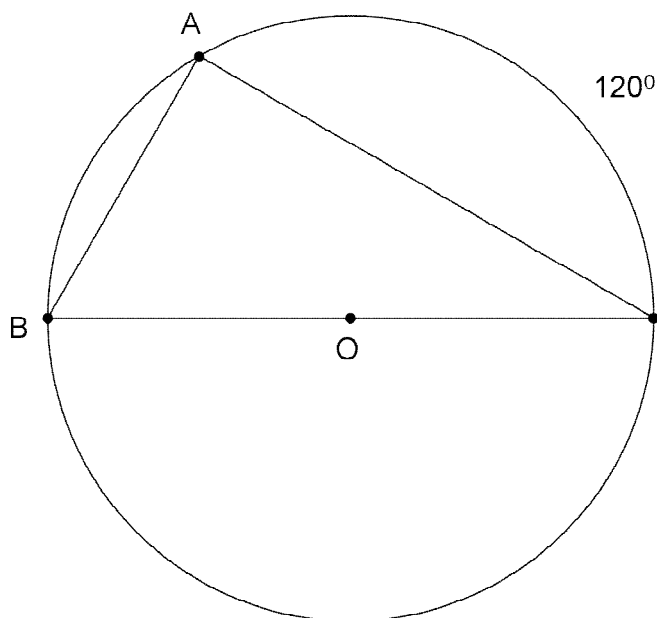
$\widehat{ΑΓ} = 120^\circ$ και η ΒΓ είναι διάμετρος του κύκλου.

Αν το μήκος του κύκλου είναι $L = 62,8\text{ cm}$ τότε:

α) Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.

β) Να δείξετε ότι η ακτίνα του κύκλου είναι $\rho = 10\text{ cm}$ και έπειτα να βρείτε το εμβαδόν του κύκλου.

γ) Να υπολογίσετε τις πλευρές του τριγώνου ΑΒΓ



Από τις 2 θεωρίες γράφουμε την ΜΙΑ και από τις 3 ασκήσεις γράφουμε τις ΔΥΟ

Α . Θ Ε Μ Α Τ Α Θ Ε Ω Ρ Ι Α Σ

ΘΕΜΑ 1^ο :α) Σχεδιάστε ένα ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ με τη γωνία A ορθή. Ακολουθώντας γράψτε τις σχέσεις με τις οποίες ορίζονται οι εφαπτόμενες κάθε οξείας γωνίας του τριγώνου αυτού.

β) Σχεδιάστε έναν ευθύγραμμο ανηφορικό δρόμο και εξηγήστε τι ονομάζουμε «κλίση» του δρόμου.

ΘΕΜΑ 2^ο :Να συμπληρώσετε τα κενά στο παρακάτω κείμενο βάζοντας σε κάθε κενό μία μόνο λέξη:
 _____ ρίζα ενός _____ αριθμού **a** ονομάζεται εκείνος ο _____ αριθμός, ο οποίος, όταν υψωθεί στο _____, δίνει τον αριθμό **a**. Υπάρχουν δύο αριθμοί, συγκεκριμένα το _____ και το _____, των οποίων η ρίζα ισούται με τον εαυτό τους, ενώ δεν ορίζεται ρίζα για τους _____ αριθμούς.

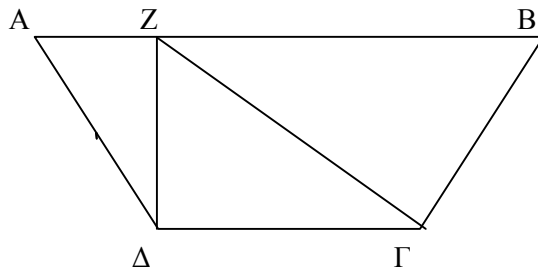
Β . Θ Ε Μ Α Τ Α Α Σ Κ Η Σ Ε Ω Ν

ΘΕΜΑ 1^ο :Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων και να τις παραστήσετε στην ευθεία των αριθμών:

$$5x - 3(2x + 1) \geq 6 \quad \text{και} \quad \frac{7x+1}{3} - \frac{x+3}{5} < 4$$

ΘΕΜΑ 2^ο : Στο τραπέζιο ABΓΔ του σχήματος ξέρουμε ότι οι γωνίες ΔΖΑ και ΖΔΓ είναι ορθές, καθώς και ότι

$$AZ = 4, ZB = 12, \Gamma\Delta = 8 \text{ και } \Delta Z = 7.$$



- α) Να υπολογίσετε τα εμβαδά των ορθογώνιων τριγώνων AZΔ και ΖΔΓ.
- β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραπέζιου ABΓΔ.
- γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του μη ορθογωνίου τριγώνου ZBΓ.

ΘΕΜΑ 3^ο :Ένα εργοστάσιο πληρώνει κάθε εργάτη του με ημερομίσθιο 30€ Επίσης πληρώνει μια ασφαλιστική εταιρεία με το ποσόν των 80€την ημέρα, ώστε οι εργάτες να είναι καλυμμένοι σε περίπτωση ατυχήματος.

- α) Να εκφράσετε το συνολικό ημερήσιο κόστος **y** του εργοστασίου σε μισθούς και ασφάλιστρα ως συνάρτηση του αριθμού **x** των εργατών.
- β) Να σχεδιάσετε σε σύστημα ορθογωνίων αξόνων τη συνάρτηση αυτή.
- γ) Είναι τα ποσά **y** και **x** ανάλογα ή όχι; Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Από τα δύο θέματα θεωρίας να επιλέξετε και να απαντήσετε σε ένα και από τις τρεις ασκήσεις να επιλέξετε και να απαντήσετε σε δύο

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

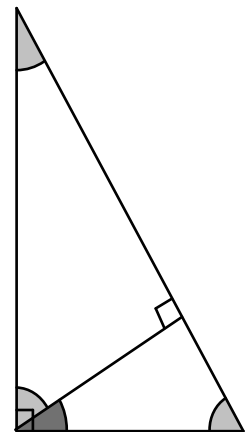
ΘΕΜΑ 1

- A) i)** Να γράψετε την συνάρτηση που συνδέει τις τιμές δύο ανάλογων ποσών x και y .
ii) Τι σχήμα είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης δύο ανάλογων ποσών x και y με x : πραγματικό αριθμό; Από ποιο χαρακτηριστικό σημείο διέρχεται;
iii) Να αιτιολογήσετε πόσα σημεία μας αρκούν για να την σχεδιάσουμε;
- B) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές και με (Λ) αν είναι λανθασμένες.**
- i)** Ο σταθερός λόγος $\frac{x}{y}$ για $y \neq 0$, λέγεται κλίση της ευθείας $y = ax$.
ii) Η ευθεία $y = -x$ είναι διχοτόμος της $2^{\text{ης}}$ και $4^{\text{ης}}$ γωνίας των αξόνων.
iii) Ο άξονας $x'x$ είναι η ευθεία με εξίσωση $y = 0$.
iv) Η ευθεία $y = ax$ με $a > 0$ διέρχεται από το 1° και 3° τεταρτημόριο.
v) Η ευθεία $y = -2x$, έχει κλίση -2 .

ΘΕΜΑ 2

- A)** Χρησιμοποιώντας το διπλανό σχήμα αντιστοιχίστε κάθε τριγωνομετρικό αριθμό της στήλης Α με ένα μόνο κλάσμα της στήλης Β.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
α. $\sin\phi$	1. $\frac{KM}{MA}$
β. $\eta\mu\omega$	2. $\frac{MN}{KN}$
γ. $\sin\hat{M}$	3. $\frac{NA}{KA}$
δ. $\sin\hat{M}$	4. $\frac{KN}{KM}$
	5. $\frac{KN}{NA}$



α	β	γ	δ

- B) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές και με (Λ) αν είναι λανθασμένες.**
- i)** Αν $\eta\mu\theta = \sin\theta$, όπου θ : οξεία γωνία, τότε $\theta = 45^{\circ}$
ii) Το συνημίτονο μιας οξείας γωνίας μπορεί να είναι μεγαλύτερο από 1.
iii) Η κλίση a της ευθείας με εξίσωση $y = ax$ είναι ίση με το ημίτονο της γωνίας ω που σχηματίζει η ευθεία με τον άξονα $x'x$.

iv) Ισχύει ότι: $\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

v) Το ημίτονο κάθε οξείας γωνίας ισούται με το συνημίτονο της συμπληρωματικής της γωνίας.

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΑΣΚΗΣΗ 1

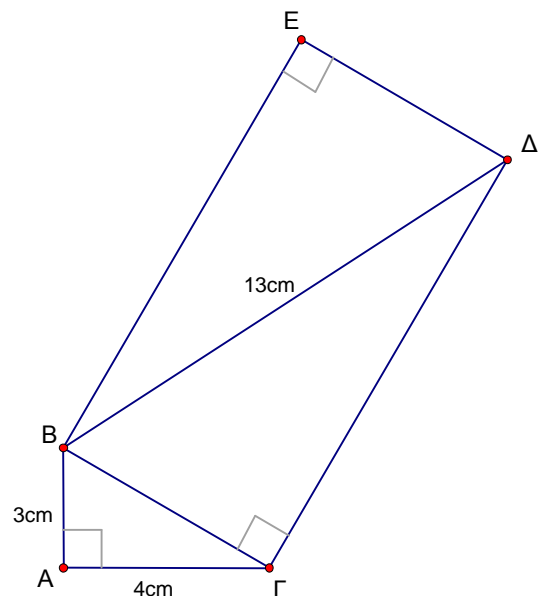
Δίνονται οι παραστάσεις: $A = (\sqrt{3})^2$, $B = \sqrt{2\sqrt{32}\sqrt{4}}$ και $\Gamma = \sqrt{22 + \sqrt{3} + \sqrt{36}}$.

- Να αποδείξετε ότι: $A = 3$, $B = 4$ και $\Gamma = 5$.
- Να λύσετε την εξίσωση: $\frac{2x+1}{A} + \frac{x+3}{B} = \frac{6x+4}{\Gamma}$ (όπου A,B και Γ είναι οι αριθμοί του ερωτήματος i.)

ΑΣΚΗΣΗ 2

Στο διπλανό σχήμα δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ και το ορθογώνιο BΓΔΕ. Αν γνωρίζουμε ότι $AB = 3\text{cm}$, $A\Gamma = 4\text{cm}$ και $B\Delta = 13\text{cm}$.

- Να αποδείξετε ότι $B\Gamma = 5\text{cm}$.
- Να αποδείξετε ότι $\Gamma\Delta = 12\text{cm}$.
- Να υπολογίσετε το εμβαδόν του πενταπλεύρου ABEΔΓ.

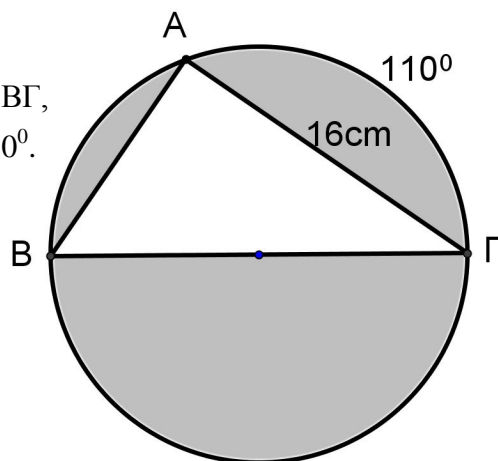


ΑΣΚΗΣΗ 3

Στο διπλανό σχήμα δίνεται κυκλικός δίσκος με διάμετρο ΒΓ, εμβαδόν 314cm^2 , χορδή $ΑΓ = 16\text{cm}$ και το τόξο $\widehat{ΑΓ} = 110^\circ$.
Να υπολογίσετε:

- i) Τις γωνίες του τριγώνου ΑΒΓ.
- ii) Το μήκος του κύκλου, αφού πρώτα δείξετε ότι η ακτίνα ρ είναι 10cm .
- iii) Το εμβαδόν της σκιαγραφημένης επιφάνειας.

(Δίνεται: $\pi \approx 3,14$)



ΠΡΟΣΟΧΗ!

Από τα δύο θέματα θεωρίας πρέπει να απαντήσετε το ένα και από τις τρεις ασκήσεις πρέπει να λύσετε τις δύο.

Τα θέματα είναι ισοδύναμα. Όλες οι απαντήσεις να δοθούν στην κόλλα αναφοράς.

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ**ΘΕΜΑ 1^ο**

A) Να δώσετε τον ορισμό της τετραγωνικής ρίζας.

B) Αν x θετικός αριθμός, στις παρακάτω προτάσεις να επιλέξετε τη σωστή απάντηση.

	A	B	Γ	Δ
Αν $\sqrt{x} = 7$, τότε	$x = 14$	$x = 21$	$x = 49$	$x = -49$
Αν $\sqrt{144} = x$, τότε	$x = 12$	$x = 72$	$x = -12$	$x = 144$

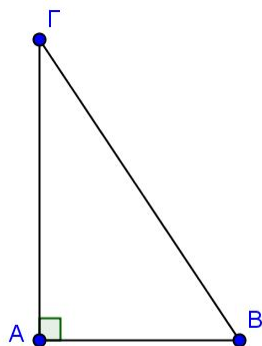
Γ) Να χαρακτηρίσετε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις:

- i) Αν $x > 0$, τότε $(\sqrt{x})^2 = x$
 ii) $\sqrt{16} = 4$
 iii) $\sqrt{1} = -1$
 iv) $\sqrt{-36} = -6$

ΘΕΜΑ 2^ο

α) Να δώσετε τους ορισμούς των τριγωνομετρικών αριθμών (ημίτονο, συνημίτονο και εφαπτομένη) οξείας γωνίας ορθογωνίου τριγώνου.

β) Χρησιμοποιώντας το παρακάτω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$, να συμπληρώσετε τις ισότητες:



$$\eta\mu B = \text{---}$$

$$\sigma\upsilon\nu B = \text{---}$$

$$\epsilon\phi B = \text{---}$$

Γ) Σε κάθε τριγωνομετρικό αριθμό της στήλης A, να αντιστοιχίσετε το ίσο του από τη στήλη B και να συμπληρώσετε τον πίνακα που ακολουθεί.

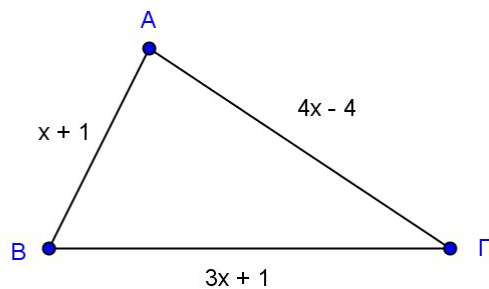
ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
α. ημ30°	1. $\sqrt{\quad}$
β. συν45°	2. 1
γ. εφ60°	3. \quad
δ. εφ45°	4. $\sqrt{\quad}$
ε. ημ60°	5. $\sqrt{\quad}$
	6. $\sqrt{\quad}$

α	β	γ	δ	ε

Β. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΑΣΚΗΣΗ 1

Το διπλανό τρίγωνο έχει περίμετρο 30 cm και πλευρές $AB = x + 1$, $ΑΓ = 4x - 4$ και $ΒΓ = 3x + 1$



A) Να δείξετε ότι $x = 4$

B) Να βρείτε τα μήκη των πλευρών AB, ΑΓ

Γ) Να δείξετε ότι το τρίγωνο ABΓ είναι ορθογώνιο και να βρείτε ποια είναι η ορθή γωνία του.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Δίνονται οι παραστάσεις $\alpha = -\sqrt{(-5)^2} + \sqrt{(2-6)^2} + \sqrt{3^2}$ και $\beta = \sqrt{13 + \sqrt{7 + \sqrt{4}}}$

A) Να δείξετε ότι $\alpha = 2$ και $\beta = 4$

B) Να βρεθούν οι κοινές λύσεις των παρακάτω ανισώσεων και να παρασταθούν στην ευθεία των πραγματικών αριθμών, όπου α και β οι τιμές του ερωτήματος (A)

$$5 + \alpha \cdot x < \beta + \frac{8x + 7}{3} \quad \text{και} \quad \frac{5(x + \beta)}{\beta} + \frac{x - 3}{\alpha} \leq x + \frac{17}{\beta}$$

Γ) Ποιες από τις παραπάνω λύσεις είναι ακέραιοι αριθμοί.

ΑΣΚΗΣΗ 3

i) Δίνεται η παράσταση $a = -2(3 - \omega) + 4(\omega + 2) + 20$

Αφού απλοποιήσετε την παράσταση, στη συνέχεια να δείξετε ότι $a = 4$ όταν $\omega = -3$

ii) Να δείξετε ότι η λύση της εξίσωσης $\frac{x+a}{2} - \frac{x-a}{3} = \frac{4-3x}{6} - 2$ είναι $x = -7$,

όπου a η τιμή του ερωτήματος (i)

iii) Να γράψετε την εξίσωση της ευθείας που έχει κλίση τον αριθμό a του ερωτήματος (i) και διέρχεται από την αρχή των αξόνων και να εξετάσετε αν το σημείο $A(-3, -12)$ ανήκει στην ευθεία αυτή.

Από τα δύο θέματα της θεωρίας απαντάτε μόνο στο ένα και από τα τρία θέματα των ασκήσεων απαντάτε μόνο στα δύο.

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ**Θέμα 1^ο**

A. Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a ;

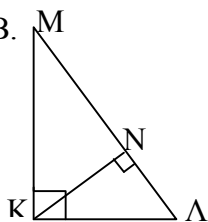
B. Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά: 1) $\sqrt{\frac{9}{\dots}} = \frac{3}{7}$, 2) $\sqrt{(-4)^2} = \dots$, 3) $5 - \sqrt{\dots} = 0$,

4) $\sqrt{\dots} + 8 = 16$, 5) $\sqrt{3^2} + \sqrt{(-3)^2} = \dots$

Θέμα 2^ο

A. Να διατυπώσετε το Πυθαγόρειο θεώρημα **και** το αντίστροφο του.

B.



Με βάση το διπλανό σχήμα να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:

1. $MA^2 = \dots + \dots$

3. $MK^2 = \dots - \dots$

2. $NA^2 = \dots - \dots$

4. $MK^2 = \dots + \dots$

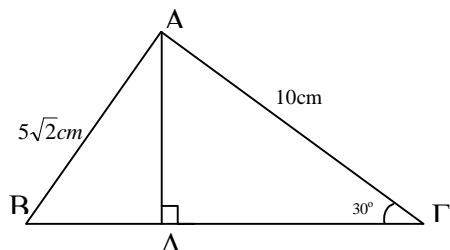
B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**Άσκηση 1^η**

Δίνεται η εξίσωση $\frac{3x+5}{2} - \frac{3x+1}{4} = 3$

A) Να λύσετε την εξίσωση .

B) Να δείξετε ότι η παραπάνω λύση της εξίσωσης δεν είναι λύση της ανίσωσης

$$2(x-1) - 3(x+1) < -6.$$

Άσκηση 2^η

Στο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ έχουμε $\hat{\Gamma} = 30^\circ$, $AB = 5\sqrt{2}cm$ και $AG = 10cm$

Να υπολογίσετε:

A) το ύψος AD του τριγώνου.

B) το $\eta\mu\hat{B}$ και στη συνέχεια τη γωνία \hat{B} .

Γ) το ευθύγραμμο τμήμα $B\Delta$

Δ) το εμβαδόν του τριγώνου $\triangle AB\Delta$

Άσκηση 3^η

13	15	14	10	14
17	16	20	18	19
16	16	11	11	20
12	12	18	16	12

Στο διπλανό πίνακα δίνονται οι βαθμοί 20 μαθητών της Β΄ Γυμνασίου στα Μαθηματικά.

A) Να κάνετε τον πίνακα συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.

B) Να βρείτε πόσοι μαθητές πήραν βαθμό μικρότερο ή ίσο του 15;

Γ) Να βρείτε το ποσοστό των μαθητών που πήραν βαθμό τουλάχιστον 17;

Δ) Να βρείτε το μέσο όρο της βαθμολογίας του μαθήματος.

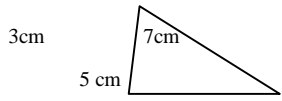
E) Να βρείτε τη διάμεσο της βαθμολογίας του μαθήματος.

Από τις δύο θεωρίες γράφετε τη μία και από τις τρεις ασκήσεις γράφετε τις δύο. Όλα τα θέματα είναι ισόβαθμα. Γράφουμε όλες τις απαντήσεις στην κόλλα αναφοράς με αιτιολόγηση!

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ*(Να επιλεγεί το ένα από τα δύο θέματα θεωρίας)***ΘΕΜΑ 1^ο**

- A.** Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a ;
- B.** Ποιοι αριθμοί ονομάζονται ρητοί και ποιοι άρρητοι;
- Γ.** Να χαρακτηρίσετε στην κόλλα σας κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ):
- 1) Αν $x^2 = a$ τότε $\sqrt{a} = x$
 - 2) Αν $a \geq 0$ τότε $(\sqrt{a})^2 = a$
 - 3) $\sqrt{9} + \sqrt{16} = \sqrt{25}$
 - 4) Ο αριθμός $\sqrt{\frac{25}{9}}$ είναι ρητός

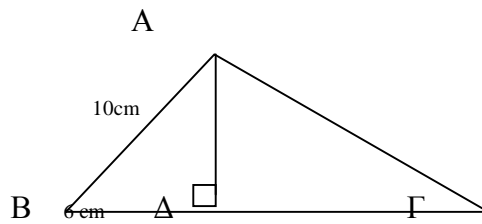
ΘΕΜΑ 2^ο

- A.** Να διατυπώσετε στην κόλλα σας το Πυθαγόρειο θεώρημα.
- B.** Να χαρακτηρίσετε στην κόλλα σας κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις ως σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ):
- 1) Αν σε ένα τρίγωνο, το τετράγωνο της μεγαλύτερης πλευράς ισούται με το άθροισμα των τετραγώνων των άλλων δύο πλευρών, τότε το τρίγωνο είναι ορθογώνιο.
 - 2) Το διπλανό τρίγωνο είναι ορθογώνιο 
 - 3) Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με υποτείνουσα ΒΓ ισχύει $AB^2 + AG^2 = BG^2$
 - 4) Σε ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ με υποτείνουσα ΒΓ ισχύει $AB^2 = BG^2 + AG^2$

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ*(Να επιλεγούν τα δύο από τα τρία θέματα ασκήσεων)***ΘΕΜΑ 1^ο**

- α) Να λύσετε την εξίσωση $5 \cdot (x+1) - 2x - 8 = x + 3$
- β) Να λύσετε την ανίσωση $\frac{4}{5} - \frac{2x-1}{10} \geq \frac{5-2x}{2}$
- γ) Να παραστήσετε τις λύσεις της ανίσωσης στην ευθεία των πραγματικών αριθμών και να ελέγξετε αν η λύση της εξίσωσης είναι λύση και τις ανίσωσης.

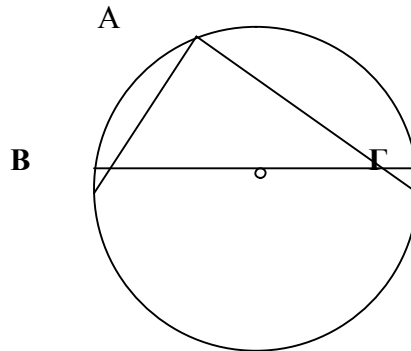
ΘΕΜΑ 2^ο Στο παρακάτω τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $AB=10\text{ cm}$, $B\Delta=6\text{ cm}$, $A\Delta$ ύψος του τριγώνου και η γωνία $\hat{A}\Gamma\Delta = 60^\circ$.



Να υπολογίσετε :

- α) Το ύψος $A\Delta$.
- β) Το ευθύγραμμο τμήμα $A\Gamma$.
- γ) Το ευθύγραμμο τμήμα $\Delta\Gamma$.

ΘΕΜΑ 3^ο Στο παρακάτω σχήμα $B\Gamma$ είναι διάμετρος του κύκλου με ακτίνα ρ . AB και $A\Gamma$ είναι χορδές του κύκλου με $AB=6\text{ cm}$ και $A\Gamma=8\text{ cm}$.



- α) Να υπολογίσετε τη γωνία $\hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma}$ (να αιτιολογήσετε την απάντησή)
- β) Να βρείτε την ακτίνα ρ .
- γ) Να βρείτε το μήκος και το εμβαδόν του κύκλου.

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a και πώς συμβολίζεται;

B. Να χαρακτηρίσετε τις ακόλουθες προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ):

1. Η εξίσωση $2x=x$ είναι ταυτότητα.
2. Η εξίσωση $4x - 2=24$ επιλύει το πρόβλημα: Το τετραπλάσιο ενός αριθμού αυξημένο κατά δύο είναι ίσο με εικοσιτέσσερα.
3. Η ανίσωση $3x + 5 > 3x - 3$ είναι αδύνατη.
4. Αν $a < -5$ τότε $a < -8$
5. Αν το άθροισμα εκατό παρατηρήσεων είναι δύο τότε η μέση τιμή είναι $\frac{100}{2}$
6. Αν το πλήθος των παρατηρήσεων είναι άρτιο τότε ως διάμεσο παίρνουμε τη μεσαία παρατήρηση.

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Να διατυπώσετε το πυθαγόρειο θεώρημα.

B. Να χαρακτηρίσετε τις ακόλουθες προτάσεις ως σωστές (Σ) ή λανθασμένες (Λ):

1. Το συνημίτονο μιας οξείας γωνίας ενός ορθογωνίου τριγώνου, ισούται με το λόγο της απέναντι κάθετης πλευράς δια την υποτείνουσα.
2. Η εφαπτομένη μιας γωνίας ισούται με το λόγο του ημιτόνου της δια το συνημίτονό της.
3. Αν δύο οξείες γωνίες έχουν ίσα ημίτονα, τότε οι γωνίες είναι ίσες.
4. $2\eta\mu 30 = \epsilon\phi 45$
5. $3\epsilon\phi 30 = 2\eta\mu 60$
6. Αν διπλασιάσουμε την ακτίνα του κύκλου τότε το μήκος του τετραπλασιάζεται.

Β. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να λυθεί η εξίσωση: $5x - \frac{2x + 3}{2} = 2x + \frac{2x - 5}{3}$

B. Να λυθεί η ανίσωση: $x + \frac{4x + 15}{2} < \frac{7x + 11}{2} - 8$

ΘΕΜΑ 2^ο

Σε μία έρευνα προέκυψαν οι ακόλουθες παρατηρήσεις:

8, 4, 3, 5, 7, 2, 6, 3, 5, 6
 7, 2, 4, 3, 5, 6, 4, 2, 7, 5
 6, 3, 8, 9, 7, 5, 6, 6, 7, 8
 4, 3, 5, 9, 2, 4, 3, 7, 6, 5
 4, 3, 2, 6, 7, 8, 3, 5, 6, 6

A. Να γίνει ο πίνακας συχνοτήτων και σχετικών συχνοτήτων.

B. Να βρεθεί η μέση τιμή και η διάμεσος των παρατηρήσεων αυτών.

ΘΕΜΑ 3^ο

Ένας ρόμβος έχει διαγώνιες 6cm και 8cm. Να βρεθεί:

A. Η περίμετρος του ρόμβου.

B. Το εμβαδό της επιφάνειάς του.

(Να απαντήσετε στην κόλλα σας σε ένα από τα δύο θέματα θεωρίας και σε δύο από τα τρία θέματα ασκήσεων).

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (Από τα 2 θέματα να γράψετε το 1)

ΘΕΜΑ 1^ο

Δίνεται ο πίνακας τιμών των ποσών

x , y :

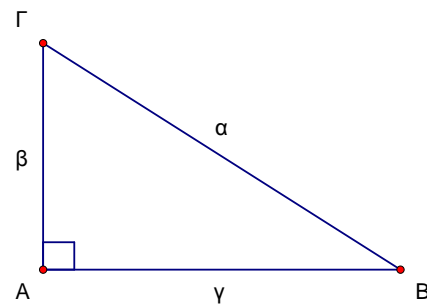
x	2	6	8
y	1	3	4

- α.) Να εξετάσετε αν τα ποσά x , y είναι ανάλογα.
 β.) Να βρείτε την κλίση και την εξίσωση της ευθείας που περνάει από την αρχή των αξόνων (0,0) και από το σημείο A (6,3) .
 γ.) Αν η εξίσωση της ευθείας είναι $y = \frac{1}{2}x$, με ποια από τις ευθείες που δίνονται: $y = 2x$, $y = 0,5x + 3$ και $y = -3x + 1$ είναι παράλληλη ;

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται το ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ :

- α.) Να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς των οξείων γωνιών B και Γ.
 β.) Αν στο τρίγωνο ABΓ είναι $B = 30^\circ$ και $a = 10$ cm, να υπολογίσετε την πλευρά β του ορθογωνίου τριγώνου.
 Δίνεται : $\eta\mu 30^\circ = 0,5$, $\sigma\upsilon\nu 30^\circ = 0,86$, $\epsilon\phi 30^\circ = 0,57$.



B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ (Από τις 3 ασκήσεις να γράψετε τις 2)

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

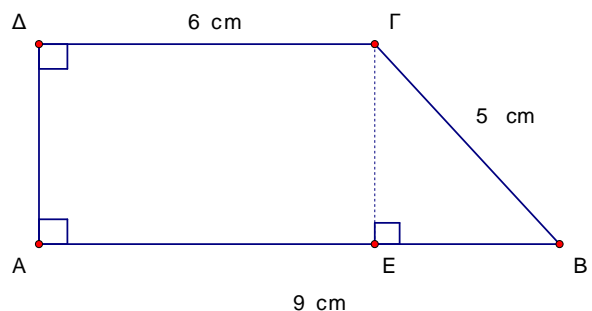
Δίνονται οι ανισώσεις : $3x - 2 < 7x + 6$ (1) και $\frac{3}{5} - \frac{5-x}{2} \leq \frac{x+1}{10}$ (2)

- α.) Να λυθούν οι ανισώσεις : (1) και (2)
 γ.) Να παραστήσετε στην ευθεία των αριθμών τις κοινές λύσεις των παραπάνω ανισώσεων.

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Δίνεται το τραπέζιο ABΓΔ με $AB = 9$ cm , $\Gamma\Delta = 6$ cm και $B\Gamma = 5$ cm :

- α.) Να υπολογίσετε το ύψος ΓΕ του τραpezίου.
 β.) Αν $\Gamma E = 4$ cm να υπολογίσετε το εμβαδόν του τραpezίου.



ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι :

$$AB = 2x, \quad B\Gamma = 4x \quad \text{και} \quad \Gamma A = 3x.$$

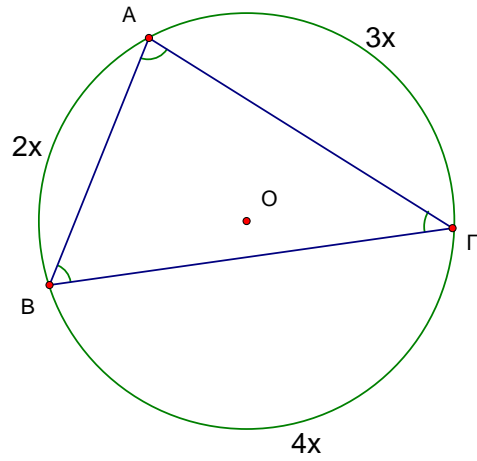
α.) Να υπολογίσετε τα τόξα AB , $B\Gamma$, ΓA .

β.) Να υπολογίσετε τις γωνίες A , B , Γ του

τριγώνου $AB\Gamma$.

γ.) Αν $\rho = 10$ cm είναι η ακτίνα του κύκλου

(O, ρ) , να υπολογίσετε το μήκος L και το εμβαδόν E του κύκλου (O, ρ) .



(A) ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ**ΘΕΜΑ 1:** (α) Να επιλεγεί η σωστή απάντηση σε καθένα από τα παρακάτω ερωτήματα :

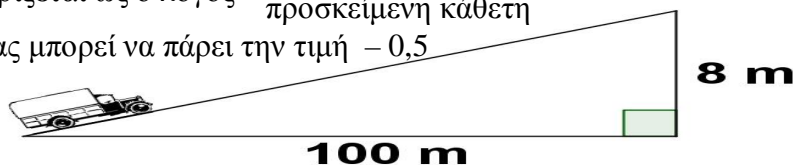
1. Η παράσταση $\sqrt{2 + \sqrt{49}}$ είναι ίση με
(i) 3 (ii) 51 (iii) 9
2. Η παράσταση $\sqrt{(-2)^2} + \sqrt{5^2}$ είναι ίση με
(i) 3 (ii) 10 (iii) 7
3. Αν $\sqrt{x} = 6$, όπου x θετικός αριθμός, τότε
(i) $x = 12$ (ii) $x = 36$ (iii) $x = 3$
4. Αν $\sqrt{x-5} = 4$, τότε
(i) $x = 9$ (ii) $x = 13$ (iii) $x = 21$
5. Η παράσταση $\sqrt{(2-7)^2}$ είναι ίση με
(i) 5 (ii) -5 (iii) δεν ορίζεται

(β) Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστή» ή «Λάθος» :

1. Η εξίσωση $\sqrt{x} = -8$ είναι αδύνατη
2. Η εξίσωση $x^2 = 25$ έχει λύση μόνο τον αριθμό 5
3. Ισχύει $\sqrt{40} = 20$
4. Ο αριθμός $\sqrt{\frac{120}{30}}$ είναι ρητός
5. Ισχύει $\sqrt{(-12)^2} = 12$

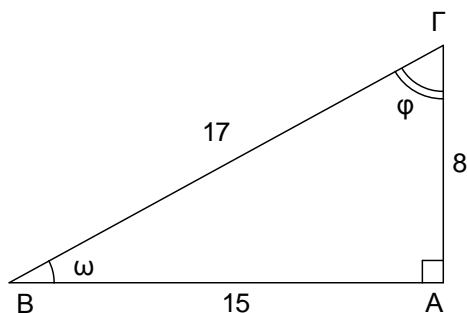
ΘΕΜΑ 2: (α) Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστή» ή «Λάθος» :

1. Το ημίτονο μιας οξείας γωνίας ορίζεται ως ο λόγος $\frac{\text{απέναντι κάθετη}}{\text{προσκεείμενη κάθετη}}$
2. Το συνημίτονο μιας οξείας γωνίας μπορεί να πάρει την τιμή -0,5



3. Η κλίση του παραπάνω ανηφορικού δρόμου είναι 8%.
4. Το ημίτονο μιας οξείας γωνίας δεν μπορεί να πάρει την τιμή 0,012
5. Η εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας μπορεί να πάρει την τιμή 2,14

(β) Χρησιμοποιώντας το παρακάτω σχήμα, να επιλέξετε σε κάθε γραμμή τη σωστή απάντηση.



	A	B	Γ
1	$\frac{15}{17}$	$\frac{8}{17}$	$\frac{17}{8}$
2	$\frac{17}{15}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{15}{17}$
3	$\frac{8}{15}$	$\frac{17}{8}$	$\frac{15}{8}$
4	$\frac{15}{8}$	$\frac{15}{17}$	$\frac{8}{17}$

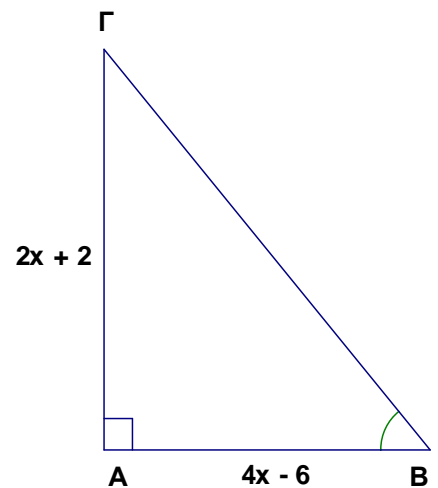
(B) **ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**

ΘΕΜΑ 1 : Δίνεται η εξίσωση $\frac{x+2}{3} + \frac{x-1}{2} = \frac{x+5}{3}$

- (i) Να λυθεί και να αποδειχθεί ότι $x = 3$
- (ii) Το ορθογώνιο τρίγωνο ABΓ στο διπλανό σχήμα έχει κάθετες πλευρές $AB = 4x - 6$ και $AG = 2x + 2$, όπου x είναι η λύση της παραπάνω εξίσωσης.

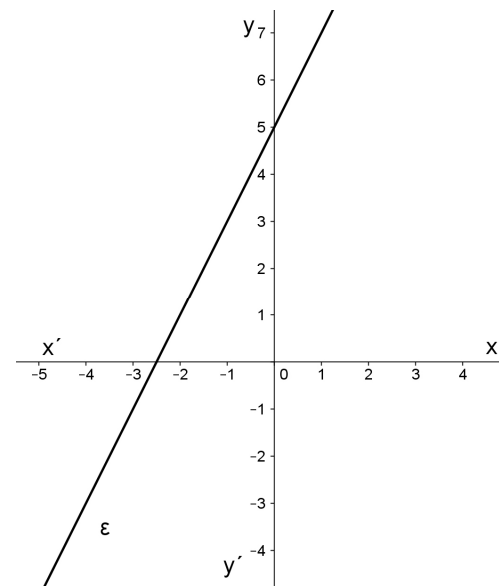
Να υπολογιστούν :

- (α) Οι πλευρές AB και AG του τριγώνου ABΓ
- (β) Η υποτείνουσα BΓ
- (γ) Οι τριγωνομετρικοί αριθμοί ημB, συνB και εφB

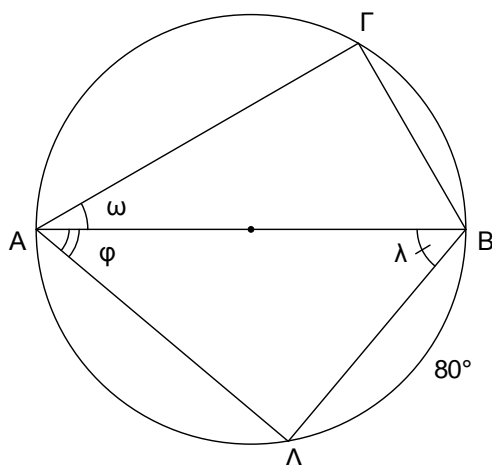


ΘΕΜΑ 2 : Μια ευθεία ϵ έχει κλίση 2 και τέμνει τον άξονα $y'y$ στο σημείο $(0,5)$

- (i) Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας ϵ .
- (ii) Να εξεταστεί αν το σημείο $B(10,25)$ ανήκει στην ευθεία ϵ .
- (iii) Να γραφτεί η εξίσωση της ευθείας που είναι παράλληλη στην ϵ και περνάει από την αρχή των αξόνων.



ΘΕΜΑ 3 : Στο παρακάτω σχήμα δίνεται ότι η AB είναι διάμετρος του κύκλου, το τόξο $B\Delta = 80^\circ$, ενώ η γωνία ω είναι ίση με την κεντρική γωνία του κανονικού 12-γώνου.



Να υπολογιστούν :

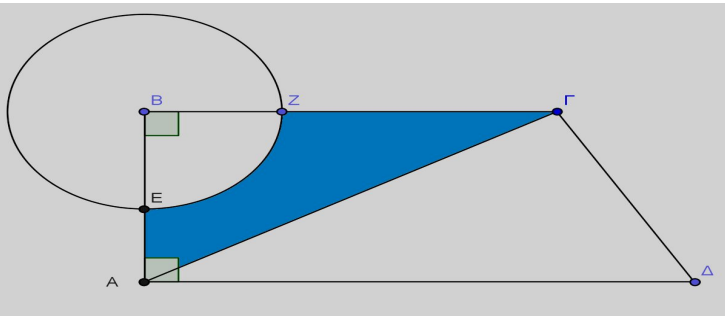
- (i) Η γωνία ω και το τόξο BΓ
- (ii) Η γωνία AΓB
- (iii) Η γωνία φ
- (iv) Η γωνία λ

(να δικαιολογήσετε τις απαντήσεις σας)

ΑΠΟ ΤΑ ΔΥΟ ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΘΑ ΓΡΑΨΕΤΕ ΤΟ ΕΝΑ
ΑΠΟ ΤΙΣ ΤΡΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΘΑ ΛΥΣΕΤΕ ΤΙΣ ΔΥΟ

ΑΣΚΗΣΗ 2^Η

Δίνεται το ορθογώνιο τραπέζιο με μήκη πλευρώ $AB = 3\sqrt{3}$ ν, $B\Gamma = 9$ και $A\Delta = 12$. Φτιάχνω κύκλο (B,3)



α) Να δειχτεί ότι $A\Gamma = 6\sqrt{3}$ και $\Gamma\Delta = 6$.

β) Να υπολογιστούν οι γωνίες $\hat{A}\hat{\Gamma}B$ και $\hat{A}\hat{\Gamma}\Delta$

γ) Να υπολογιστεί το εμβαδόν και η περίμετρος του χρωματισμένου.

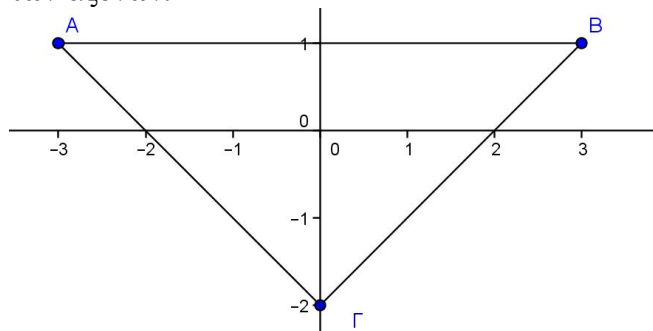
ΑΣΚΗΣΗ 3^Η

Δίνονται τα σημεία $A(-3,1)$ $B(3,1)$ και $\Gamma(0,-2)$

α) Να υπολογιστούν τα μήκη των πλευρών AB , $A\Gamma$, $B\Gamma$.

β) Εξετάστε αν το τρίγωνο είναι ορθογώνιο και υπολογίστε την εφαπτόμενη της γωνίας $\hat{A}\hat{B}\hat{\Gamma}$.

γ) Βρείτε την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημείο Γ και είναι παράλληλη στην ευθεία $\psi = -2 \cdot \chi + 3$ καθώς και την εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από το σημεία B και την αρχή των αξόνων.



Από τα δυο θέματα θεωρίας θα απαντήσετε το ένα και από τις τρεις ασκήσεις τις δυο.

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

Θα απαντήσετε σε ένα θέμα θεωρίας

ΘΕΩΡΙΑ 1^η

A. Τι ονομάζουμε τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a ;

B. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν ως σωστές ή λανθασμένες

B1. Αν $a \geq 0$ και $x = \sqrt{a}$ τότε $x^2 = a$

B2. Ισχύει $\sqrt{(-4)^2} = -4$

B3. Είναι $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$ διότι $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

B4. $\sqrt{0,16} = 0,04$

ΘΕΩΡΙΑ 2^η

A. Τι ονομάζεται κανονικό πολύγωνο ;

B. Έστω ένα κανονικό n -γωνο, $\hat{\omega}$ η κεντρική του γωνία και $\hat{\phi}$ η γωνία του.

Συμπληρώστε Σωστό ή Λάθος για κάθε πρόταση

B1. Η κεντρική γωνία $\hat{\omega}$ του κανονικού n -γώνου ισούται με $\hat{\omega} = \frac{360^\circ}{n}$

B2. Οι γωνίες $\hat{\omega}$ και $\hat{\phi}$ συνδέονται με τη σχέση $\hat{\phi} = 180^\circ + \hat{\omega}$

B3. Η γωνία $\hat{\omega}$ του κανονικού εξαγώνου ισούται με 60°

B4. Το τετράγωνο είναι ένα κανονικό πολύγωνο.

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Θα απαντήσετε σε δύο ασκήσεις

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

A. Να λύσετε την εξίσωση: $3 \cdot (x - 1) - x = -4 - (1 - x)$

B. Να εξετάσετε αν η λύση της εξίσωσης που βρήκατε στο ερώτημα A. είναι λύση και της ανίσωσης: $1 - x < 3$

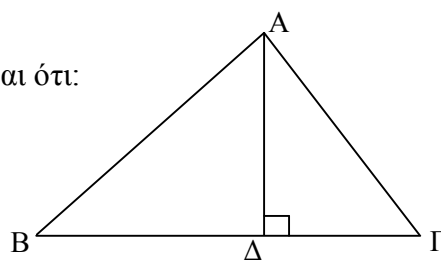
ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Στο τρίγωνο ABΓ του σχήματος το ΑΔ είναι ύψος και δίνεται ότι:

$$AB = 20 \text{ mm}$$

$$AG = 15 \text{ mm}$$

$$GD = 9 \text{ mm}$$



A. Να υπολογίσετε το μήκος του ύψους ΑΔ

B. Να υπολογίσετε την πλευρά ΒΓ του τριγώνου ABΓ και να δείξετε ότι το τρίγωνο είναι ορθογώνιο

Γ. Να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της \hat{B} .

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Ο κύκλος του διπλανού σχήματος έχει διάμετρο AB = 4cm και κέντρο O.

Το τόξο ΑΓ είναι 60°

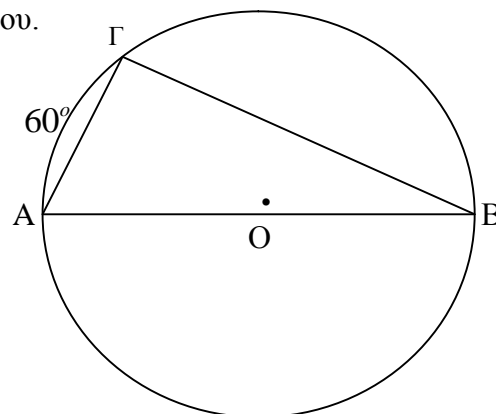
A. Να υπολογίσετε το μήκος του κύκλου και το εμβαδόν του.

B. Να υπολογίσετε τις γωνίες του τριγώνου ABΓ

Γ. Να υπολογίσετε τις πλευρές του τριγώνου ABΓ

$$\text{Δίνονται: } \eta\mu 30^\circ = \frac{1}{2}, \sigma\upsilon\nu 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \epsilon\varphi 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\eta\mu 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sigma\upsilon\nu 60^\circ = \frac{1}{2}, \epsilon\varphi 60^\circ = \sqrt{3}$$



Τα θέματα είναι βαθμολογικά ισοδύναμα.

!

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A.

- I. Τι ονομάζεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a και πώς συμβολίζεται;
- II. Να αντιστοιχίσεις κάθε εξίσωση της Α στήλης με τη λύση της από την Β στήλη.

A	B
1. $\sqrt{3} \cdot x = \sqrt{3}$	α. 2
2. $\sqrt{3} \cdot x = 0$	β. -2
3. $\sqrt{4} \cdot x = \sqrt{16}$	γ. 0
4. $\sqrt{4} \cdot x = -\sqrt{16}$	δ. 1

B. Να γράψεις στην κόλλα σου τον αριθμό κάθε ερωτήματος και δίπλα το γράμμα Σ, αν η πρόταση είναι σωστή και Λ, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- I. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = -3x + 3$ έχει κλίση -3.
- II. Στη συνάρτηση $y = -2x$ τα ποσά x και y δεν είναι ανάλογα.
- III. Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y = 5x + 1$ δεν περνά από την αρχή των αξόνων.
- IV. Οι ευθείες $y = ax + 2$ και $y = 5x$ για $a = 5$ δεν έχουν κανένα κοινό σημείο.
- V. Στην ευθεία $2x + y = 4$ το σημείο τομής με τον άξονα $x'x$ είναι το $(0,2)$.
- VI. Το σημείο $A(-1, 2)$ ανήκει στην ευθεία $5x + y = 3$

Γ. Σε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις να επιλέξεις το γράμμα της σωστής απάντησης.

- I. Το συμμετρικό του $M(2, -4)$ ως προς τον άξονα $x'x$ είναι το:
 Α. $M'(4, 2)$ Β. $M'(-4, 2)$ Γ. $M'(2, 4)$ Δ. $M'(2, -4)$
- II. Η παράσταση $\sqrt{9} + \sqrt{9}$ είναι ίση με
 Α. $\sqrt{18}$ Β. 18 Γ. 0 Δ. 6
- III. Η απόσταση του σημείου $\Gamma(-6, 8)$ από την αρχή των αξόνων $O(0, 0)$ είναι ίση με
 Α. 10 Β. 100 Γ. 28 Δ. 2

ΘΕΜΑ 2^ο

A.

- I. Πότε μια γωνία $\hat{x} \hat{A} y$ λέγεται εγγεγραμμένη σε κύκλο (O, ρ) ;
- II. Ποια σχέση συνδέει μια εγγεγραμμένη γωνία με μια επίκεντρη, όταν βαίνουν στο ίδιο τόξο;
- III. Αν μια εγγεγραμμένη γωνία βαίνει σε τόξο 40° , να βρεις πόσες μοίρες είναι η εγγεγραμμένη γωνία και πόσες μοίρες είναι η αντίστοιχη επίκεντρη;

B. Να γράψεις στην κόλλα σου τον αριθμό κάθε ερωτήματος και δίπλα το γράμμα Σ, αν η πρόταση είναι σωστή και Λ, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

- I. Το μήκος ενός κύκλου με διάμετρο δ , δίνεται από τον τύπο $L = \pi \cdot \delta$.
- II. Ισχύει $\eta\mu 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}}$.
- III. Το εμβαδόν E κυκλικού δίσκου ακτίνας ρ δίνεται από τον τύπο $E = 2\pi\rho$.
- IV. Η κεντρική γωνία ω και η γωνία φ ενός κανονικού πολυγώνου είναι παραπληρωματικές.
- V. Το εξάγωνο έχει κεντρική γωνία ίση με 72° .

Γ. Σε κάθε μία από τις παρακάτω προτάσεις να επιλέξεις το γράμμα της σωστής απάντησης.

- I. Αν η κεντρική γωνία ενός κανονικού πολυγώνου είναι 60° , τότε η γωνία του κανονικού πολυγώνου θα είναι ίση με
 A. $\varphi = 100^\circ$ B. $\varphi = 180^\circ$ Γ. $\varphi = 120^\circ$ Δ. $\varphi = 60^\circ$
- II. Η παράσταση $A = 3\epsilon\varphi^2 45^\circ - 4\eta\mu^2 30^\circ$ είναι ίση με
 A. $A = 2$ B. $A = -1$ Γ. $A = 0$ Δ. $A = 1$

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

A. Να λύσεις την ανίσωση: $2x - \frac{5(x+2)}{6} < \frac{x}{3} + \frac{x-4}{2}$ και στη συνέχεια να παραστήσεις

τις λύσεις στον άξονα των πραγματικών αριθμών.

B. Να λύσεις τις παρακάτω εξισώσεις:

α. $\frac{x-6}{5} = \frac{x}{2}$

β. $2(x+1) - 3(x-4) = 4(2-x)$

γ. $1 + 3x - 7 = 2x - 4 + 2(x-1)$

Γ. Να εξετάσεις ποιες από τις παραπάνω εξισώσεις έχουν λύσεις που επαληθεύουν την ανίσωση του ερωτήματος A.

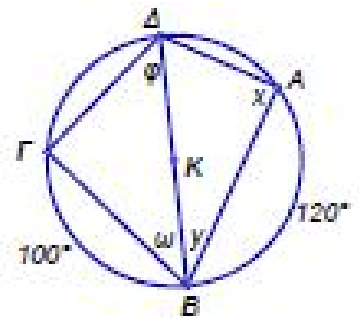
ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Δίνεται κύκλος με κέντρο K και ακτίνα $\rho = 5$ cm. Το τόξο AB είναι 120° και το τόξο $B\Gamma$ είναι 100° .

A. Να βρεις τις γωνίες x , y , ω και φ .

B. Να βρεις το εμβαδόν του κύκλου.

Γ. Να αποδείξεις ότι $A\Delta = 5$ cm.



ΑΣΚΗΣΗ 3"

Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$, με $A\Gamma = 20$ cm, το ύψος του

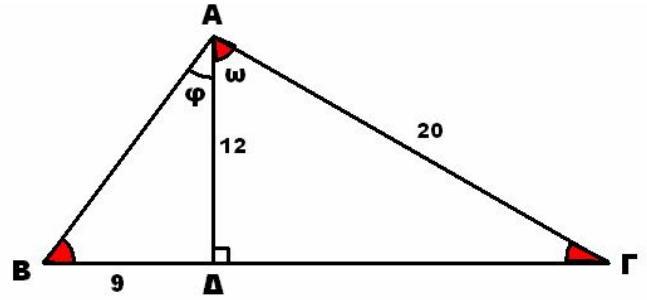
$A\Delta = 12$ cm και $B\Delta = 9$ cm

A. Να δείξεις ότι $AB = 15$ cm και $\Delta\Gamma = 16$ cm.

B. Να δείξεις ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ορθογώνιο.

Γ. Να υπολογίσεις την τιμή της παράστασης

$$A = \frac{5\eta\mu\beta - 4\varepsilon\varphi\varphi}{5\sigma\upsilon\nu\omega + 4\varepsilon\varphi\Gamma}$$



Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Τι ονομάζουμε ημίτονο, συνημίτονο, εφαπτομένη μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου;

Β. Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα (αφού τον μεταφέρετε στην κόλλα σας):

		Γωνία ω		
		30°	45°	60°
Τριγωνομετρικοί αριθμοί γωνίας ω	ημ ω			
	συν ω			
	εφ ω			

Γ. Υπάρχει οξεία γωνία ω για την οποία ισχύει $\eta\mu\omega=4$; Εξηγήστε την απάντησή σας.

ΘΕΜΑ 2^ο

Α. Τι λέγεται τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού a και πώς συμβολίζεται;

Β. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι Σωστές και (Λ) αν είναι Λάθος.

α. $(-\sqrt{5})^2 = 5$

β. Ο αριθμός $\sqrt{7}$ είναι ρητός

γ. $\sqrt{|-100|} = -10$

δ. $\sqrt{a} > 0$ αν $a > 0$

ε. Αν $x^2 = a$, τότε $x = \sqrt{a}$

Β. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΘΕΜΑ 1^ο

α. Να λυθεί η εξίσωση $3x - 5 = 2x + 1 - (4 + x)$.:

β. Να λυθεί η ανίσωση: $6 - \frac{x-2}{3} > \frac{x-1}{2} - \frac{x-3}{4}$ και να παρασταθούν γραφικά οι λύσεις της.

γ. Να εξετάσετε αν η λύση της εξίσωσης του (α) ερωτήματος είναι και λύση της ανίσωσης του (β) ερωτήματος.

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η ευθεία (ε): $y = (\lambda - 2) \cdot x + 6 - 2 \cdot \lambda$
που διέρχεται από το σημείο $(4, -2)$.

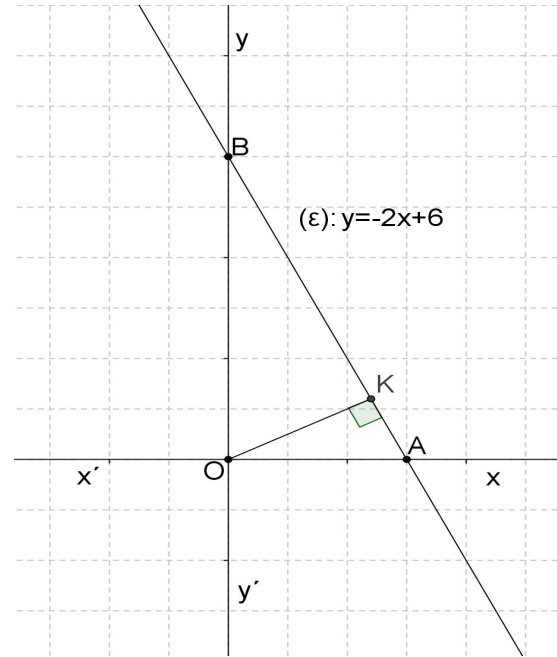
1. Να αποδειχθεί ότι $\lambda = 0$.

2. α. Να βρεθούν τα σημεία τομής A, B της ευθείας (ε): $y = -2x + 6$
με τον άξονα x' και τον άξονα y' αντίστοιχα.

β. Να βρεθεί το μήκος του AB.

γ. Να βρεθεί το εμβαδό του τριγώνου OAB και
η απόσταση OK της αρχής των αξόνων από την ευθεία
(ε). (Υπόδειξη : το OK είναι ύψος στο ορθογώνιο τρίγωνο
AOB).

(Δίνεται $\sqrt{45} \approx 6,7$ και $\sqrt{5} \approx 2,2$).



ΘΕΜΑ 3^ο

Στο διπλανό σχήμα ο κύκλος έχει διάμετρο AB και κέντρο
το σημείο Γ.

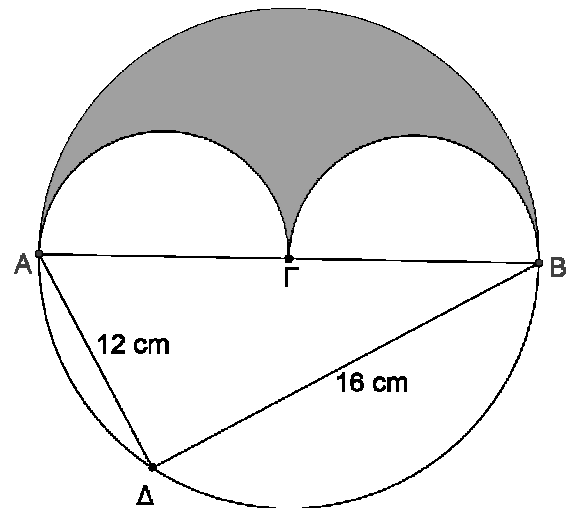
Αν $AD = 12 \text{ cm}$ και $BD = 16 \text{ cm}$.

Να βρείτε:

1. Το είδος του τριγώνου ADB (ως προς τις γωνίες του)
δικαιολογώντας τον ισχυρισμό σας.

2. Το εμβαδό της γκριζαρισμένης επιφάνειας.

(Τα τόξα $\widehat{A\Gamma}$ και $\widehat{B\Gamma}$ είναι ημικύκλια). ($\pi = 3,14$)



**Να απαντήσετε σε ένα (1) θέμα από τη ΘΕΩΡΙΑ και δύο (2) θέματα από τις ΑΣΚΗΣΕΙΣ.
Όλες οι απαντήσεις σας να μεταφερθούν στην κόλλα σας.**

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (Να γράψετε 1 θέμα θεωρίας)

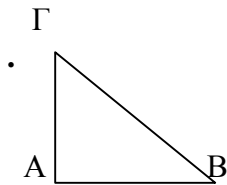
ΘΕΜΑ 1^ο A. Τι ονομάζουμε γραφική παράσταση μίας συνάρτησης;

B. Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις ως Σ (σωστή) ή Λ (Λάθος)

- i) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $y=ax$ είναι ευθεία που διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
- ii) Η ευθεία $y=ax+\beta$ δεν είναι παράλληλη στην ευθεία $y=ax$.
- iii) Στο ορθογώνιο σύστημα αξόνων χρησιμοποιούμε κάθετους άξονες.
- iv) Η ευθεία με εξίσωση $y=-3x+2$ διέρχεται από το σημείο $A(0,2)$.
- v) Η συνάρτηση με εξίσωση $y=2x+3$ συνδέει ανάλογα ποσά.

ΘΕΜΑ 2^ο A. Να διατυπωθεί το πυθαγόρειο θεώρημα.

B.



Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις ως Σ (σωστή) ή Λ (Λάθος) αν η γωνία $\Gamma AB=90^\circ$.

- i) $\alpha^2=\beta^2+\gamma^2$ ii) $\beta^2=\alpha^2-\gamma^2$ iii) $\alpha^2=\gamma^2-\beta^2$ iv) $\gamma^2=\beta^2-\alpha^2$ v) $\gamma^2=\alpha^2-\beta^2$

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ (Να γράψετε 2 ασκήσεις)

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

A. Να λύσετε την εξίσωση $2(\chi-1)-3(\chi-2)=2$.

B. Να λύσετε την ανίσωση $\chi-(2\chi-3)\leq 5$

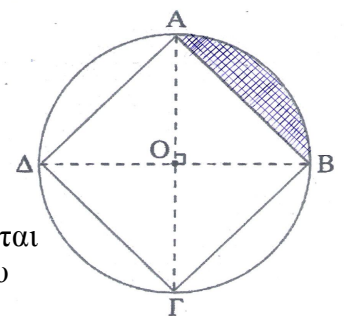
Γ. Να εξετάσετε αν η λύση της εξίσωσης είναι και λύση της ανίσωσης.

ΑΣΚΗΣΗ 2^η Το εμβαδόν του κυκλικού δίσκου είναι $50,24 \text{ cm}^2$.

Να υπολογίσετε α) την ακτίνα του.

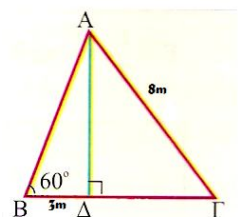
β) το μήκος του κύκλου

γ) το εμβαδόν του γραμμοσκιασμένου χωρίου που περικλείεται από την πλευρά AB του εγγεγραμμένου τετραγώνου και του κύκλου όπως φαίνεται στο σχήμα.



ΑΣΚΗΣΗ 3^η Να υπολογίσετε τις πλευρές AB, ΒΓ και το εμβαδόν στο παρακάτω οξυγώνιο τρίγωνο ABΓ αν γωνία $AB\Gamma=60^\circ$, $ΑΓ=8 \text{ m}$, $ΒΔ=3 \text{ m}$

Γνωρίζοντας ότι $\sqrt{37} = 6,08$, $\sqrt{27} = 5,19$



ΟΔΗΓΙΕΣ

- Να απαντήσετε σε ένα(1)θέμα θεωρίας και δύο (2) ασκήσεις .
- Τα θέματα είναι βαθμολογικά ισοδύναμα.

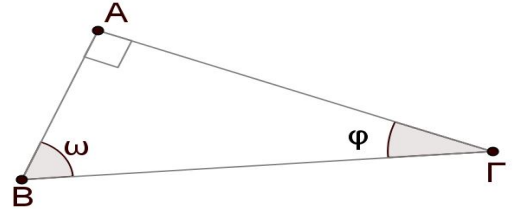
A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ**ΘΕΜΑ 1°**

A. Τι λέγεται εφαπτομένη της οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου;

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με **(Σ)** αν είναι **σωστές** ή με **(Λ)** αν είναι **λάθος**.

Στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο **ΑΒΓ** ($\hat{A} = 90^\circ$) ισχύου

- 1) $\eta\mu\varphi = \frac{AB}{AG}$
- 2) $\eta\mu\varphi = \sigma\upsilon\nu\omega$
- 3) $\eta\mu\omega = \frac{AG}{BG}$



Γ. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:

- 1) Ο λόγος που σχηματίζεται, αν διαιρέσουμε την μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου δια την, είναι πάντοτε σταθερός και λέγεται συνημίτονο της γωνίας ω .
- 2) Οι τιμές του συνημιτόνου μιας οξείας γωνίας ω ενός ορθογωνίου τριγώνου είναι πάντα μικρότερες από και μεγαλύτερες από

ΘΕΜΑ 2°

A. Τι γραμμή είναι η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = \alpha \cdot \chi$ και από πού διέρχεται;

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με **(Σ)** αν είναι **σωστές** ή με **(Λ)** αν είναι **λάθος**.

- 1) Κλίση της ευθείας $\psi = \alpha \cdot \chi$ λέγεται ο λόγος $\frac{\chi}{\psi} = \alpha$, για $\psi \neq 0$.
- 2) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = 3\chi + 5$ προκύπτει από τη γραφική παράσταση της συνάρτησης $\psi = 3\chi$, αν τη μετατοπίσουμε παράλληλα στον άξονα ψ' κατά 5 μονάδες προς τα πάνω.

Γ. Στον παρακάτω πίνακα να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της **στήλης Α** με ένα μόνο στοιχείο της **στήλης Β**.

	ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
α)	Η ευθεία $\psi = -3\chi + 2$	1) είναι ο άξονας χ'
β)	Η ευθεία $\psi = 2\chi - 1$	2) είναι παράλληλη στην ευθεία $\psi = 3\chi + 2$
γ)	Η ευθεία $\psi = 0$	3) έχει κλίση 2
		4) διέρχεται από το σημείο (0,2)

Β. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Α. Να λύσετε την εξίσωση:
$$\frac{3 \cdot x + 1}{2} - x = \frac{6 \cdot x - 4}{7}$$

Β. Να λύσετε την ανίσωση:
$$\frac{4x + 2}{5} \geq \frac{5x - 4}{3}$$

Γ. Αν $\alpha = 3$ η λύση της εξίσωσης του (Α) ερωτήματος να βρείτε την τιμή της παράστασης $\Pi = \sqrt{5 - \sqrt{25 - \alpha^2}}$ και να εξετάσετε αν αυτή είναι λύση της ανίσωσης του ερωτήματος (Β).

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Στο διπλανό τραπέζιο ΑΒΓΔ (ΑΒ//ΓΔ) δίνονται:

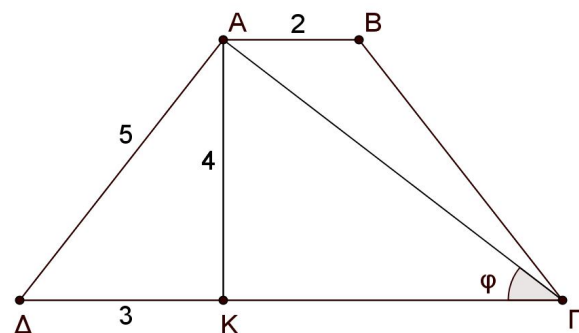
ΑΒ=2cm, ΑΔ=5cm, ΔΚ=3cm, ΑΚ=4cm

και γωνία $\hat{\phi} = \hat{A}\hat{\Gamma}\hat{K}$ με εφφ=0,8.

Α. Να δείξετε ότι το ΑΚ είναι το ύψος του τραπέζιου ΑΒΓΔ.

Β. Να βρείτε το μήκος του τμήματος ΚΓ καθώς και το εμβαδόν του τριγώνου ΑΚΓ.

Γ. Να βρείτε το εμβαδόν του τραπέζιου ΑΒΓΔ.



ΑΣΚΗΣΗ 3^η

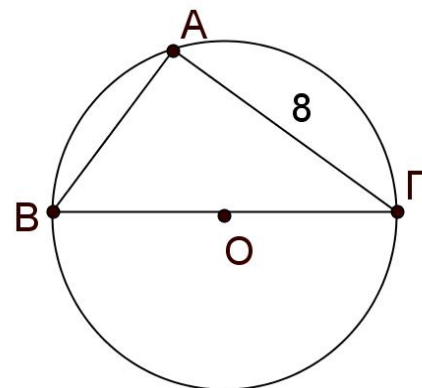
Στο διπλανό σχήμα η πλευρά ΑΓ=8cm και το εμβαδόν του τριγώνου ΑΒΓ είναι 24cm^2 .

Α. Να υπολογίσετε την εγγεγραμμένη γωνία $\hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma}$ και να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

Β. Να υπολογίσετε την πλευρά ΑΒ.

Γ. Να υπολογίσετε την ακτίνα $\rho = \text{BO} = \text{GO}$ του κύκλου.

Δ. Να βρείτε το μήκος (L) του κύκλου (O, ρ) καθώς και το εμβαδόν (E) του κυκλικού δίσκου (O, ρ).



Παρατηρήσεις:

α. Από τα δύο θέματα θεωρίας να γράψετε μόνο το ένα και από τις τρεις ασκήσεις να γράψετε μόνο τις δύο.

β. Όλες οι απαντήσεις να δοθούν στην κόλλα σας.

γ. Όλα τα θέματα είναι ισόβαθμα.

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1°

A. i) Τι ονομάζω τετραγωνική ρίζα ενός θετικού αριθμού α;

ii) Να συμπληρώσετε στην σελίδα σας τις προτάσεις:

«Αν $\sqrt{a} = x$ τότε $a = \dots$ » και «Αν $a \geq 0$ τότε $(\sqrt{a})^2 = \dots$ »

B. Για τον θετικό αριθμό x, σε κάθε υπόθεση να αντιστοιχίστε το σωστό συμπέρασμα

	Α	Β	Γ	Δ
1. Αν $\sqrt{x} = 4$	τότε $x = 8$	τότε $x = 16$	τότε $x = -16$	η σχέση είναι αδύνατη
2. Αν $\sqrt{144} = x$	τότε $x = 72$	τότε $x = -12$	τότε $x = 12$	η σχέση είναι αδύνατη
3. Αν $\sqrt{x} = -5$	τότε $x = -25$	τότε $x = -10$	τότε $x = 25$	η σχέση είναι αδύνατη

Γ. Να χαρακτηρίσετε την κάθε πρόταση ως Σωστή ή Λάθος:

- α) Τετραγωνική ρίζα ορίζεται μόνο για τους μη αρνητικούς αριθμούς.
- β) Ο αριθμός π είναι άρρητος.
- γ) Ο αριθμός $\sqrt{81}$ είναι άρρητος.
- δ) Οι πραγματικοί αριθμοί αποτελούνται από τους ρητούς και τους άρρητους αριθμούς.

ΘΕΜΑ 2°

A. i) Πότε ένα πολύγωνο ονομάζεται κανονικό;

ii) Να γράψετε στην σελίδα σας τον τύπο υπολογισμού της κεντρικής γωνίας ω ενός κανονικού ν-γώνου.

B. Σε κάθε σχήμα της γραμμής I να αντιστοιχίσετε την σχέση των γωνιών ω και φ, από την γραμμή II

Γραμμή I			
	1.	2.	3.
Γραμμή II	A. $\phi + \omega = 90^\circ$	B. $\phi = \frac{\omega}{2}$	Γ. $\phi + \omega = 180^\circ$

Γ. Να χαρακτηρίσετε την κάθε πρόταση ως Σωστή ή Λάθος:

- α) Κάθε εγγεγραμμένη γωνία που βαίνει σε τεταρτοκύκλιο είναι ορθή.
- β) Η γωνία φ και η κεντρική γωνία ω ενός τετραγώνου είναι ίσες.
- γ) Το μήκος L ενός κύκλου είναι ανάλογο της διαμέτρου του.
- δ) Σε ένα κύκλο ακτίνας $\rho = 2\text{cm}$, το μήκος του και το εμβαδόν του κυκλικού του δίσκου, είναι αριθμητικά ίσα.

(**ΠΡΟΣΟΧΗ!** Από τα δύο θέματα θεωρίας **απαντάτε μόνο στο ένα**)

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΘΕΜΑ 1^ο

Στο διπλανό σύστημα ορθογωνίων αξόνων παριστάνονται γραφικά οι ευθείες

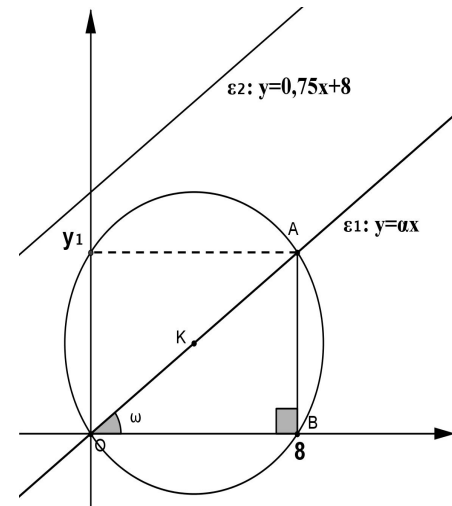
$$\varepsilon_1: y=ax \quad \text{και} \quad \varepsilon_2: y=0,75x+8, \text{ όπου } \varepsilon_1 // \varepsilon_2$$

Να βρείτε:

A. Την κλίση a της ευθείας ε_1 (δικαιολογώντας την απάντησή σας)

B. Την τεταγμένη y_1 του σημείου A (με τετμημένη 8), το μήκος της πλευράς AB του ορθογωνίου τριγώνου OBA, καθώς και την διάμετρο OA του κύκλου με κέντρο το K.

Γ. Τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας $\hat{\omega}$ και το μήκος του κύκλου.

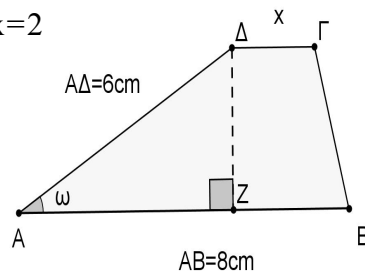


ΘΕΜΑ 2^ο

A. Να λύσετε την εξίσωση $x + \frac{6-x}{4} = \frac{x+4}{3} + 1$ και να δείξετε ότι $x=2$

B. Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\omega = \sqrt{904} - \sqrt{7 + \sqrt{81}}$

Γ. Αν $\omega=30^\circ$, $\Delta\Gamma=x$ (όπως το υπολογίσατε στο A ερώτημα) τότε να υπολογίσετε το ύψος ΔZ και το εμβαδόν του τραapeζιού ABΓΔ.

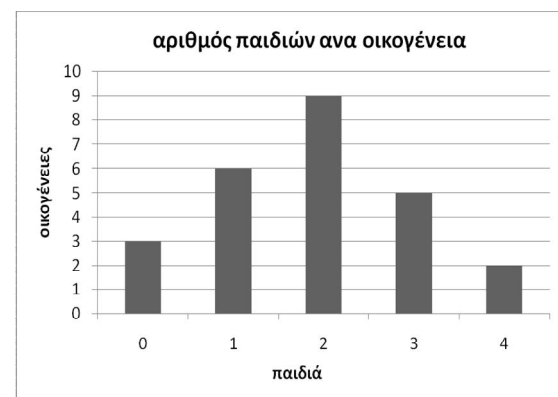


ΘΕΜΑ 3^ο

Σε μια έρευνα, για τον αριθμό των παιδιών που έχει η κάθε οικογένεια, ένα δείγμα 25 οικογενειών έδωσε τις απαντήσεις που παρουσιάζονται στο ραβδόγραμμα.

A. Να συμπληρώσετε στην σελίδα σας τον πίνακα

Αριθμός παιδιών	Οικογένειες (συχνότητα)	Σχετική συχνότητα %
0		
1		
2		
3		
4		
Σύνολο		

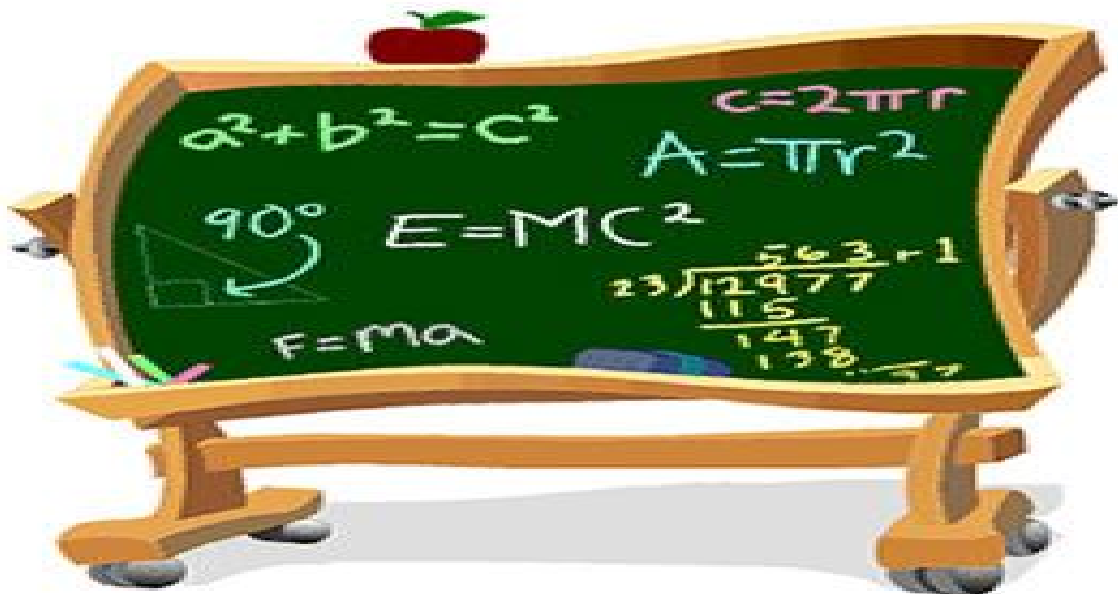


B. i) Πόσες οικογένειες έχουν τουλάχιστον 2 παιδιά;

ii) Ποιο είναι το ποσοστό των οικογενειών που έχει το πολύ 1 παιδί;

Γ. Να βρείτε τον μέσο όρο (μέση τιμή) των παιδιών ανά οικογένεια.

(ΠΡΟΣΟΧΗ! από τα τρία θέματα ασκήσεων απαντάτε μόνο στα δύο)



Θέματα Γ΄ Γυμνασίου

(27 Διαγωνίσματα)

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ(Να απαντήσετε μόνο σε ένα από τα δύο θέματα θεωρίας.)**ΘΕΜΑ 1^ο**

A. Η εξίσωση $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$

είναι βαθμού εξίσωση και λύνεται χρησιμοποιώντας τους τύπους :

$$\Delta = \dots\dots\dots$$

$$x_{1,2} = \dots\dots\dots \text{ όταν το } \Delta \dots 0.$$

B. Η διακρίνουσα Δ της εξίσωσης $x^2 + 4x - 3 = 0$ είναι :

α. 28 β. 4 γ. 0 δ. -4 ε. 20

Έχει ρίζες η παραπάνω εξίσωση και πόσες;

Γ. Μεταφέρετε στην κόλλα αναφοράς και συμπληρώστε τις παρακάτω ταυτότητες :

$$(\alpha - \beta)^2 =$$

$$(\alpha - \beta)^3 =$$

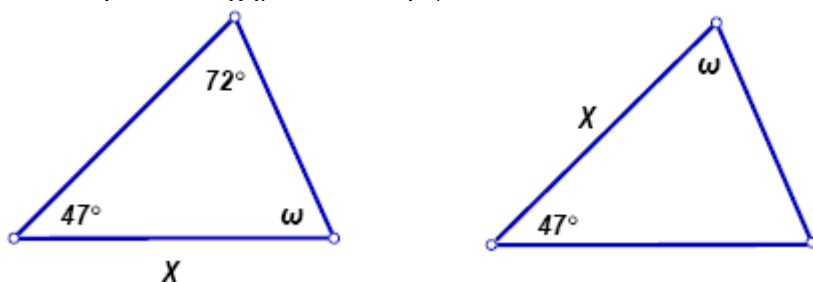
$$\alpha^2 - \beta^2 =$$

$$(\alpha + \beta)^3 =$$

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Να διατυπώσετε τα (τρία) κριτήρια ισότητας δύο τυχαίων τριγώνων.

B. Στο παρακάτω σχήμα τα δύο τρίγωνα είναι ίσα.



Τότε η γωνία ω ισούται με: ι) 72° ιι) 43° ιιι) 47° ιv) 61° v) 108°

Γ. . Μεταφέρετε στην κόλλα αναφοράς και συμπληρώστε τις παρακάτω ισότητες :

$$\eta\mu(180^\circ - \omega) = \dots$$

$$\epsilon\varphi(180^\circ - \omega) = \dots$$

$$\epsilon\varphi\omega = -$$

$$\eta\mu^2 + \sigma\upsilon\nu^2\omega = \dots$$

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ (Να απαντήσετε μόνο σε δύο από τις τρεις ασκήσεις.)

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

A. Να παραγοντοποιήσετε τις αλγεβρικές παραστάσεις :

$$3\alpha + 5\alpha\beta - \alpha^2 =$$

$$2\alpha - 2\gamma + \alpha^2 - \alpha\gamma =$$

B. Να λύσετε την εξίσωση :

$$2x^2 - 7x + 3 = 0$$

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Αν $90^\circ < \omega < 180^\circ$ και $\eta\mu\omega = \frac{4}{5}$ να υπολογιστούν :

A. το $\sigma\upsilon\nu\omega$

B. η $\epsilon\varphi\omega$

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

A. Να λυθεί το σύστημα :
$$\begin{cases} 5x - 2y = 7 \\ 3x - y = 5 \end{cases} .$$

B. Αν x και y είναι λύσεις του παραπάνω συστήματος να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης $A = y^2 - 2xy + x^2$.

Διάρκεια εξέτασης 2 ώρες.

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1

A) Να αποδειχθεί η ταυτότητα: $(\alpha+\beta)^2=\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2$.

B) χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λάθος.

- i) Το ανάπτυγμα του $(\chi-3)^2$ είναι το χ^2-9 .
- ii) Η ισότητα $\chi+\psi=0$ είναι ταυτότητα.
- iii) Το ανάπτυγμα του $(-\alpha+\beta)^2$ είναι το $\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2$.

Γ) Να αντιστοιχίσετε κάθε παράσταση της στήλης Α με το ανάπτυγμα της από τη στήλη Β.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
i) $(\chi-\psi)^2$	α) $\chi^2-\psi^2$
ii) $(\chi-\psi)(\chi+\psi)$	β) $\chi^2+\psi^2$
iii) $(\chi+\psi)^3$	γ) $\chi^2-2\chi\psi+\psi^2$
iv) $(\chi+\psi)(-\chi+\psi)$	δ) $\chi^3+\psi^3$
v) $(-\chi-\psi)^2$	ε) $\chi^2+2\chi\psi+\psi^2$
	στ) $\chi^3+3\chi^2\psi+3\chi\psi^2+\psi^3$
	ζ) $\psi^2-\chi^2$
	η) $-\chi^2-2\chi\psi-\psi^2$

ΘΕΜΑ 2

A) Να αναφέρετε ένα από τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.

B) Στις παρακάτω προτάσεις να συμπληρώσετε τα κενά ώστε να προκύψουν τα κριτήρια ισότητας ορθογώνιων τριγώνων:

- i) Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν δύο αντίστοιχες ίσες μία προς μία.
- ii) Δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα όταν έχουν μία αντίστοιχη και μία αντίστοιχη ίση.

Γ) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λάθος:

- i) Αν δύο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μία προς μία τότε είναι ίσα.
- ii) Σε δύο τρίγωνα απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες.
- iii) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές ίσες μία προς μία και μία γωνία ίση, τότε είναι ίσα.
- iv) Σε δύο ίσα τρίγωνα απέναντι από ίσες γωνίες βρίσκονται ίσες πλευρές

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΘΕΜΑ 1

Δίνονται οι παραστάσεις: $A = 3\chi^2 - 2\chi - 8$, $B = 5\chi^2 - 20$

α) Να λυθεί η εξίσωση $A = B$

β) Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις A και B .

γ) Να απλοποιηθεί το κλάσμα $\frac{A}{B}$ για $\chi \neq 2$ και $\chi \neq -2$

ΘΕΜΑ 2

Δίνονται οι παραστάσεις:

$A = (\chi - 3)^2 - (\chi + 1)^2$, $B = -(\psi + 1)(\psi - 1) + \psi^2 - 5(\psi - 2)$

i) Να αποδείξετε ότι $A = -8\chi + 8$

ii) Να αποδείξετε ότι $B = -5\psi + 11$

iii) Να λυθεί το σύστημα :

$$\begin{cases} A = \psi - 2 \\ B = \chi \end{cases}$$

Όπου A, B είναι οι παραστάσεις των ερωτημάτων i), ii).

ΘΕΜΑ 3

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ μ $AB = A\Gamma$ ε. Φέρουμε τη διάμεσο AK .

α) Να συγκρίνετε τα τρίγωνα ABK και $A\Gamma K$.

β) Να συμπληρώσετε τα παρακάτω κενά:

$\hat{B}AK = \dots\dots\dots$, $\hat{B} = \dots\dots\dots$, $\hat{AKB} = \dots\dots\dots$

γ) Στα τρίγωνα ABK και $A\Gamma K$ φέρνουμε τα ύψη KM και KL αντίστοιχα. Να δείξετε ότι $KM = KL$

*ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΤΕ ΣΕ ΕΝΑ ΘΕΜΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΚΑΙ ΣΕ ΔΥΟ ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ.

*ΟΛΑ ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΙΝΑΙ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ.

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

Επιλέγετε και απαντάτε σε ένα (1) από τα δύο θέματα θεωρίας

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να συμπληρώσετε τα αναπτύγματα των ταυτοτήτων:

- $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots$
- $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots$
- $(\alpha - \beta)(\alpha + \beta) = \dots\dots\dots$

B. Να αποδείξετε την πρώτη ταυτότητα από το ερώτημα A.

ΘΕΜΑ 2^ο

A. Πότε δύο τρίγωνα είναι ίσα(3 κριτήρια);

B. Πότε δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα(2 κριτήρια);

B.ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

Επιλέγετε και λύνετε **δύο (2)** από τις τρεις ασκήσεις

Άσκηση 1^η

Δίνεται η παράσταση : $A = (\chi - 1)^2 + 2(\chi + 1)(\chi - 1) + 3\chi - \chi^2 - 5$

α. Να αποδείξετε ότι $A = 2\chi^2 + \chi - 6$

β. Να λυθεί η εξίσωση $A = 0$

Άσκηση 2^η

α. Να λύσετε το σύστημα
$$\begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{y-2}{4} = 1 \\ \frac{x-3}{3} - \frac{y+2}{2} = -2 \end{cases}$$

β. Αν x, y οι λύσεις του παραπάνω συστήματος να δείξετε ότι :

$$(x + y)^2 - 2xy - 13 = 0$$

Άσκηση 3^η

Στο τρίγωνο $AB\Gamma$ φέρνουμε την διάμεσο AM και στην προέκτασή της παίρνουμε τμήμα $M\Sigma = AM$.

Να συγκρίνετε

α. τα τρίγωνα ABM και $\Sigma\Gamma M$

β. Τα τμήματα AB και $\Sigma\Gamma$.

ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΙΝΑΙ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ!

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (ΝΑ ΕΠΙΛΕΞΕΤΕ ΤΗ ΜΙΑ ΘΕΩΡΙΑ ΑΠΟ ΤΙΣ ΔΥΟ)**ΘΕΩΡΙΑ 1^η**

A) Πότε μια ισότητα λέγεται ταυτότητα ;

B) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

Γ) Σε κάθε γινόμενο της στήλης A να αντιστοιχίσετε στην κόλα σας το ανάπτυγμά του από τη στήλη B ώστε να προκύψουν ταυτότητες.

ΣΤΗΛΗ A		ΣΤΗΛΗ B	
α)	$(\alpha + \beta)^2$	1)	$\alpha^2 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^2$
β)	$(\alpha + \beta)(\alpha - \beta)$	2)	$\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$
γ)	$(\alpha + \beta)^3$	3)	$\alpha^2 - \beta^2$
δ)	$(\alpha - \beta)^2$	4)	$\alpha^2 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^2$

ΘΕΩΡΙΑ 2^η

A) Να διατυπώσετε τα κριτήρια ισότητας τριγώνων.

B) Να αντιγράψετε στην κόλα σας την παρακάτω πρόταση συμπληρώνοντας τα κενά της:

Τα **κύρια στοιχεία** ενός τριγώνου είναι οι και οι του, ενώ τα **δευτερεύοντα στοιχεία** ενός τριγώνου είναι οι οι και τα του.

Γ) Να χαρακτηρίσετε κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις στην κόλα σας ως **Σωστή** ή **Λάθος** δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:

α) Αν δύο ορθογώνια τρίγωνα έχουν τις κάθετες πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.

β) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες τους ίσες μία προς μία τότε και η τρίτη γωνία του ενός τριγώνου θα είναι ίση με την τρίτη γωνία του άλλου τριγώνου.

γ) Αν δύο τρίγωνα έχουν και τις τρεις γωνίες τους ίσες μία προς μία τότε είναι ίσα.

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ (ΝΑ ΕΠΙΛΕΞΕΤΕ ΤΙΣ ΔΥΟ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΑΠΟ ΤΙΣ ΤΡΕΙΣ)**ΑΣΚΗΣΗ 1^η**

Να λύσετε τις δύο παρακάτω εξισώσεις (1) και (2) και να εξετάσετε αν έχουν τις ίδιες ακριβώς λύσεις.

$$\text{Εξίσωση (1)} : x^2 - 6x + 5 = 0 .$$

$$\text{Εξίσωση (2)} : \frac{2x}{x^2 - x} = \frac{x - 3}{x - 1} .$$

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Ένα ξενοδοχείο έχει μόνο δίκλινα και τρίκλινα δωμάτια. Τα δωμάτια αυτά είναι συνολικά 140 και έχουν όλα μαζί 320 κρεβάτια.

Α) Να βρείτε πόσα είναι τα δίκλινα και πόσα είναι τα τρίκλινα δωμάτια του ξενοδοχείου αυτού.

Β) Αν κάθε δίκλινο δωμάτιο ενοικιάζεται προς 50€ τη μέρα ενώ κάθε τρίκλινο ενοικιάζεται προς

70€ τη μέρα, τότε να υπολογίσετε τις εισπράξεις του ξενοδοχείου αυτού από την ενοικίαση

των δωματίων του, σε μια μέρα κατά την οποία όλα τα δίκλινα και τα όλα τα τρίκλινα

δωμάτια είναι ενοικιασμένα.

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Αν για την αμβλεία γωνία ω ισχύει $\eta\mu\omega = \frac{4}{5}$, τότε:

Α) Να υπολογίσετε το συνημίτονο και την εφαπτομένη της γωνίας ω .

Β) Να αποδείξετε ότι:

$$\frac{5\eta\mu\omega - 15\sigma\upsilon\nu\omega}{6\epsilon\varphi\omega - 5} = -1$$

Γ) Να υπολογίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας $180^\circ - \omega$.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

1. Να αποδείξετε την ταυτότητα $(\alpha+\beta)^2 = \alpha^2+2\alpha\beta +\beta^2$
2. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες ώστε να προκύψουν ταυτότητες.
 - α) $(\alpha-\beta)^3 = \dots\dots\dots$
 - β) $(\alpha+\beta)(\alpha-\beta) = \dots\dots\dots$
 - γ) $(\alpha+\beta)^3 = \dots\dots\dots$
 - δ) $(\alpha-\beta)^2 = \dots\dots\dots$

ΘΕΜΑ 2^ο

1. Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε γωνία ω ισχύει: $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$
2. Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες ώστε να είναι αληθείς:
 - α) $\eta\mu(180^\circ-\omega) = \dots\dots\dots$
 - β) $\sigma\upsilon\nu(180^\circ-\omega) = \dots\dots\dots$
 - γ) $\epsilon\varphi(180^\circ-\omega) = \dots\dots\dots$
 - δ) $\epsilon\varphi\omega = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

Β. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

1. Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις :
 - α) x^2-2x
 - β) x^2+2x
 - γ) x^2-4
2. Να λύσετε την εξίσωση:

$$\frac{6}{x^2-2x} + \frac{1}{x^2+2x} = \frac{6x}{x^2-4}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

Δίνεται το σύστημα:

$$\begin{cases} \frac{X+\Psi}{2} = 2 - \frac{X-\Psi}{3} \\ \frac{X+\Psi}{3} - \frac{X-\Psi}{12} = 5 \end{cases} \quad (\Sigma)$$

1. Να φέρετε το σύστημα (Σ) μετά από πράξεις στη μορφή:

$$\begin{cases} 5X + \Psi = 12 \\ 3X + 5\Psi = 60 \end{cases} \quad (\Sigma_1)$$

2. Να λύσετε το σύστημα (Σ_1) με όποια αλγεβρική μέθοδο θέλετε.

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Αν για την οξεία γωνία ω ισχύει : $\sigma\upsilon\nu^2\omega - \frac{1}{9} = 0$

α) Να βρείτε το $\sigma\upsilon\nu\omega$.

β) Αν το συνημίτονο της γωνίας ω είναι $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{1}{3}$

1. Να βρείτε ότι $\eta\mu\omega = \frac{2\sqrt{2}}{3}$ και $\epsilon\phi\omega = 2\sqrt{2}$

2. Να αποδείξετε ότι: $2\eta\mu^2\omega + \frac{\sqrt{2}}{4} \epsilon\phi(180^\circ - \omega) + 2\sigma\upsilon\nu^2\omega = \eta\mu 90^\circ$

ΝΑ ΑΠΑΝΤΗΣΕΤΕ ΣΕ ΕΝΑ ΑΠΟ ΤΑ ΔΥΟ ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΚΑΙ ΝΑ ΛΥΣΕΤΕ ΔΥΟ ΑΠΟ ΤΙΣ ΤΡΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ: Α

1. Να χαρακτηρίσετε με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ) τις παρακάτω προτάσεις

α) $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha\beta^2 + 3\alpha^2\beta + \beta^3$

β) $(\alpha - \beta)^3 = \alpha^3 - 3\alpha^2\beta - 3\alpha\beta^2 + \beta^3$

γ) $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - \beta^2 + 2\alpha\beta$

δ) $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$

ε) $(\alpha - \beta)(\alpha + \beta) = \alpha^2 - \beta^2$

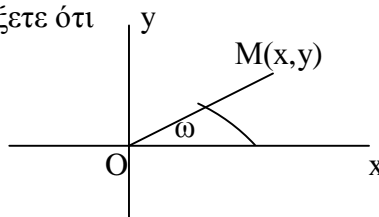
2. Να αποδείξετε την ταυτότητα $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$

ΘΕΜΑ: Β

Με βάση το διπλανό σχήμα να αποδείξετε ότι

α) $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$

β) $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$



B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ:

1. Δίνεται η εξίσωση $\lambda^2x^2 - 4(\lambda + 1)x - 1 = 0$ (1)

α) Να βρεθεί ο λ έτσι ώστε ο αριθμός -1 να είναι λύση της (1)

β) Για το μεγαλύτερο λ που βρήκατε να λύσετε την (1)

γ) Να παραγοντοποιηθεί η παράσταση $x^2 - 1$

2. Να λυθεί το σύστημα

$$\frac{x-1}{3} + \frac{y+2}{2} = 1$$

$$y = 2x + 6$$

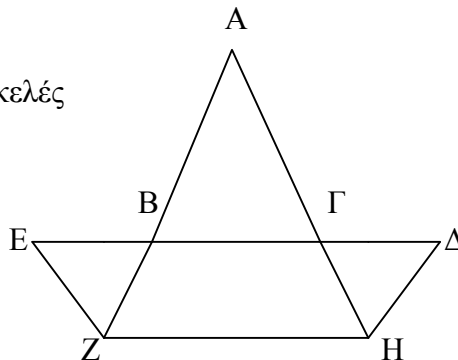
3. Στο σχήμα είναι: το τρίγωνο $AB\Gamma$ ισοσκελές ($AB = A\Gamma$),

$$BE = \Gamma\Delta \text{ και } BZ = \Gamma H$$

Να αποδείξετε ότι:

α) Το τρίγωνο AZH είναι ισοσκελές

β) $EZ = \Delta H$

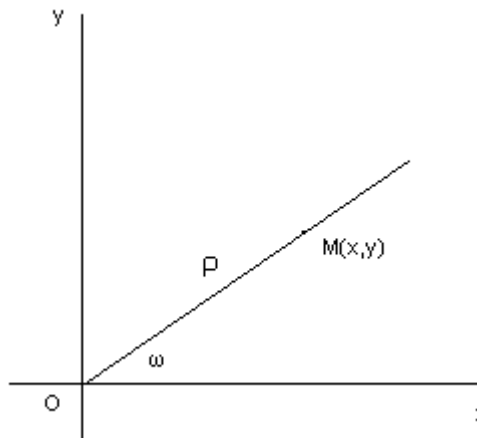


Να απαντήσετε μόνο μια θεωρία κα δύο ασκήσεις. Τα θέματα είναι ισοδύναμα.

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (επιλέξτε μόνο ένα θέμα)

ΘΕΜΑ 1^ο

A. Να αποδείξετε ότι: $\varepsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$



B. Σημειώστε σωστό (Σ) ή λάθος (Λ) για τους παρακάτω ισχυρισμούς:

1. Αν ισχύει $\eta\mu^2\omega = \frac{1}{5}$ τότε $\sigma\upsilon\nu^2\omega = \frac{4}{5}$
2. Αν $\sigma\upsilon\nu\omega = 0$ τότε δεν ορίζεται η $\varepsilon\varphi\omega$.
3. Υπάρχει γωνία ω , τέτοια ώστε $\eta\mu\omega = 0$ και $\sigma\upsilon\nu\omega = 0$
4. Για κάθε γωνία ω , ισχύει: $\eta\mu^2\omega = 1 - \sigma\upsilon\nu^2\omega$
5. Υπάρχει γωνία ω , τέτοια ώστε: $\eta\mu\omega = \frac{3}{2}$

ΘΕΜΑ 2^ο

A. 1) Τι λέγεται ταυτότητα;

2) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha - \beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

B. Αντιστοιχίστε κάθε στοιχείο της στήλης A σε ένα στοιχείο της στήλης B (από τη στήλη B θα περισσέψουν δύο στοιχεία)

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
1. $(\alpha + \beta) \cdot (\beta - \alpha)$	α) $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$
2. $(-\alpha - \beta)^2$	β) $\alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$
3. $(\alpha + \beta)^3$	γ) $\alpha^2 - \beta^2$
4. $(\beta - \alpha)^3$	δ) $\beta^2 - \alpha^2$
	ε) $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$
	στ) $\beta^3 - 3\beta^2\alpha + 3\beta\alpha^2 - \alpha^3$

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ (επιλέξτε μόνο δύο (2) ασκήσεις)

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Έστω η αλγεβρική παράσταση: $A = \frac{x+2}{x^2-4} - \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2-2x}$

A) Να παραγοντοποιήσετε τις παραστάσεις : $x^2 - 4$ και $x^2 - 2x$

B) Να απλοποιήσετε το κλάσμα: $\frac{x+2}{x^2-4}$

Γ) Να βρείτε για ποιες τιμές του x, έχει νόημα η αλγεβρική παράσταση A.

Δ) Να λύσετε την εξίσωση : $A=0$

ΑΣΚΗΣΗ 2"

Στο διπλανό σχήμα, το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB = A\Gamma$. Επίσης, ισχύει $BE = \Gamma\Delta$.

A) Να συγκρίνετε τις γωνίες $\angle ABE$ και $\angle A\Gamma\Delta$

B) Να συγκρίνετε τα τρίγωνα $\triangle ABE$ και $\triangle A\Gamma\Delta$

Γ) Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο $\triangle AED$ είναι ισοσκελές τρίγωνο.

ΑΣΚΗΣΗ 3"

Να λυθεί το σύστημα:

$$\begin{aligned} 5x - 3y &= 3 \\ 2x + y &= 10 \end{aligned}$$

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ**ΘΕΜΑ 1^ο**

- A) Να αποδείξετε ότι ισχύει $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$: για κάθε ζεύγος πραγματικών αριθμών a, b .
- B) Να σημειώσετε στην κόλλα σας ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι μαθηματικά σωστές βάζοντας ένα (Σ) και ποιές είναι μαθηματικά λανθασμένες βάζοντας ένα (Λ).
- i) Ταυτότητα είναι κάθε ισότητα που περιέχει αριθμούς και μεταβλητές.
- ii) Για να πολλαπλασιάσουμε μονώνυμο επί πολυώνυμο, πολλαπλασιάζουμε το μονώνυμο με κάθε όρο του πολυώνυμου και προσθέτουμε τα γινόμενα που προκύπτουν.
- iii) Η διαδικασία σύμφωνα με την οποία μία παράσταση που είναι γινόμενο παραγόντων μετατρέπεται σε άθροισμα λέγεται παραγοντοποίηση.
- iv) Κάθε αριθμός θεωρείται μονώνυμο.

ΘΕΜΑ 2^ο

- A) Να αποδείξετε ότι για κάθε γωνία ω ισχύει: $\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$.
- B) Να σημειώσετε στην κόλλα σας ποιές από τις παρακάτω προτάσεις είναι μαθηματικά σωστές βάζοντας ένα (Σ) και ποιές είναι μαθηματικά λανθασμένες βάζοντας ένα (Λ).
- i) Για κάθε γωνία ω με $\sigma\upsilon\nu\omega \neq 0$ ισχύει: $\epsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$.
- ii) Για δύο οποιεσδήποτε παραπληρωματικές γωνίες ω και $180^\circ - \omega$ ισχύει: $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) = \sigma\upsilon\nu\omega$.
- iii) Δύο γωνίες που έχουν το ίδιο ημίτονο και είναι από 0° μέχρι και 180° είναι ή ίσες ή παραπληρωματικές.
- iv) Η εφαπτομένη μίας αμβλείας γωνίας είναι θετικός αριθμός.

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**ΑΣΚΗΣΗ 1^η**

Να βρείτε (λύνοντας το σύστημα) τους πραγματικούς αριθμούς x, y που επαληθεύουν τις παρακάτω εξισώσεις:

$$\frac{2x+3}{5} - \frac{3y+5}{7} = x-5$$

$$\frac{x-6}{2} + \frac{y-3}{3} = \frac{x}{6} - 1$$

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

i) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση:

$$3(2x+3)^2 - 3(4x+6) - x(10x+15)$$

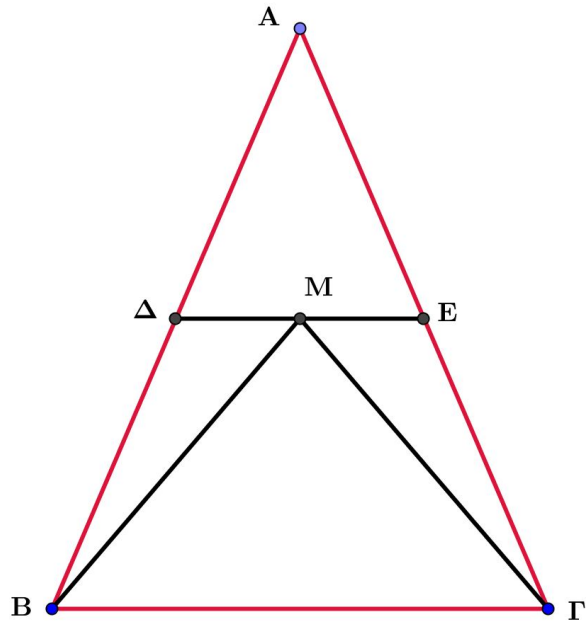
ii) Να επιλύσετε την εξίσωση χρησιμοποιώντας την παραγοντοποίηση του πρώτου ερωτήματος ή κάνοντας πράξεις:

$$3(2x+3)^2 - 3(4x+6) = x(10x+15)$$

ΑΣΚΗΣΗ 3''

Δίνεται στο παρακάτω σχήμα το ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ με $AB=AG$. Τα σημεία Δ , E , M είναι τα μέσα των AB , AG , ΔE αντιστοίχως. Να αποδείξετε ότι:

- i) Το τρίγωνο $A\Delta E$ είναι ισοσκελές.
- ii) Τα τρίγωνα $A\Delta E$ και $AB\Gamma$ είναι όμοια.
- iii) Τα τρίγωνα $B\Delta M$ και $ME\Gamma$ είναι ίσα.



ΠΡΟΣΟΧΗ:

**ΕΠΙΛΕΓΕΤΕ ΕΝΑ(1) ΘΕΜΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΚΑΙ ΔΥΟ(2) ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ.
ΤΑ ΘΕΜΑΤΑ ΕΙΝΑΙ ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΚΩΣ ΙΣΟΔΥΝΑΜΑ.**

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (Να απαντήσετε σε ένα μόνο από τα δύο θέματα θεωρίας)**ΘΕΜΑ 1**

α) Να αποδείξετε ότι $a^2 - b^2 = (a - b) \cdot (a + b)$

β) Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες

$$(a + b)^3 = \underline{\hspace{4cm}}$$

$$(a + b)^2 = \underline{\hspace{4cm}}$$

ΘΕΜΑ 2

α) Να συμπληρώσετε με σωστό ή λάθος

- | | | |
|---|----------------------------|----------------------------|
| ▪ Δύο τρίγωνα με τρεις πλευρές ίσες μία προς μία είναι ίσα | Σ <input type="checkbox"/> | Λ <input type="checkbox"/> |
| ▪ Δύο τρίγωνα με δύο πλευρές ίσες και μία γωνία ίση είναι πάντοτε ίσα | Σ <input type="checkbox"/> | Λ <input type="checkbox"/> |
| ▪ Δύο τρίγωνα με δύο γωνίες ίσες είναι όμοια | Σ <input type="checkbox"/> | Λ <input type="checkbox"/> |
| ▪ Ο λόγος εμβαδών ομοίων σχημάτων ισούται με λ^3 (όπου λ ο λόγος ομοιότητας) | Σ <input type="checkbox"/> | Λ <input type="checkbox"/> |

β) Να γράψετε τα 3 κριτήρια ισότητας τριγώνων

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ (Να λύσετε τα δύο μόνο από τα τρία θέματα ασκήσεων)**ΘΕΜΑ 1**

α) Να λυθεί η εξίσωση $2x^2 - x - 1 = 0$

β) Έστω $K = 2x^2 - x - 1$ πολώνυμο. Να παραγοντοποιηθεί το K

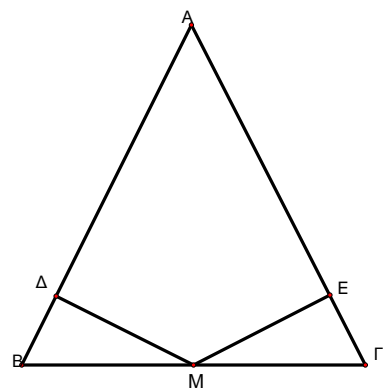
γ) $M = \frac{K}{2x^2 - 2x}$ μια ρητή κλασματική παράσταση

- Για ποιές τιμές ορίζεται η M
- Να γίνει η απλοποίηση του M.

ΘΕΜΑ 2

Στο διπλανό σχήμα έχουμε το ισοσκελές τρίγωνο ABΓ και M το μέσο της βάσης του BΓ. Αν $MD \perp AB$ και $ME \perp AG$ να αποδείξετε ότι

- $MD = ME$
- η AM είναι διχοτόμος της γωνίας ΔME

**ΘΕΜΑ 3**

Να λυθούν τα συστήματα

$$\alpha) \begin{cases} 2x - 3y = 1 \\ 3x - y = 5 \end{cases}$$

$$\beta) \begin{cases} \frac{x}{2} - \frac{y}{3} = 0 \\ \frac{x+2}{3} - \frac{y}{6} = 1 \end{cases}$$

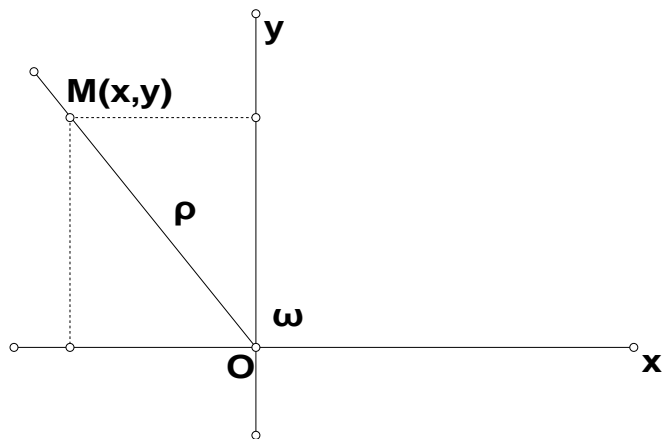
A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΩΡΙΑ 1^η

- α) Τι ονομάζουμε ταυτότητα.
- β) Να αποδείξετε ότι $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \alpha^2 - \beta^2$
- γ) Να συμπληρωθούν οι παρακάτω ταυτότητες
 - (i) $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$ (ii) $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$ (iii) $(\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$

ΘΕΩΡΙΑ 2^η

Στο διπλανό ορθοκανονικό σύστημα αξόνων είναι σχεδιασμένη μια γωνία ω . Το σημείο $M(x,y)$ είναι ένα τυχαίο σημείο της τελικής πλευράς της γωνίας ω .



Να συμπληρωθούν τα παρακάτω κενά.

α) Η απόσταση $\rho=OM$ δίνεται από τον τύπο $\rho = \dots\dots\dots$

$\eta\mu\omega = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

$\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

$\epsilon\phi\omega = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

β) Χρησιμοποιώντας τους ορισμούς του α) ερωτήματος, να αποδείξετε ότι

$\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$ με $\sigma\upsilon\nu\omega \neq 0$

γ) Αν η γωνία ω είναι αμβλεία και $180^\circ - \omega$ η παραπληρωματική της τότε να συμπληρώσετε τις ισότητες

(i) $\eta\mu(180^\circ - \omega) = \dots\dots\dots$ (ii) $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) = \dots\dots\dots$ (iii) $\epsilon\phi(180^\circ - \omega) = \dots\dots\dots$

Β. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΑΣΚΗΣΗ 1⁰

Δίνονται τα πολυώνυμα $A(x) = x^3 - 3x^2 + x - 3$ και

$$B(x) = (x^2 - 4)^2 - 25$$

α) Να τα παραγοντοποιήσετε

β) Να υπολογίσετε την παράσταση $\frac{1}{A(x)} - \frac{6}{B(x)}$

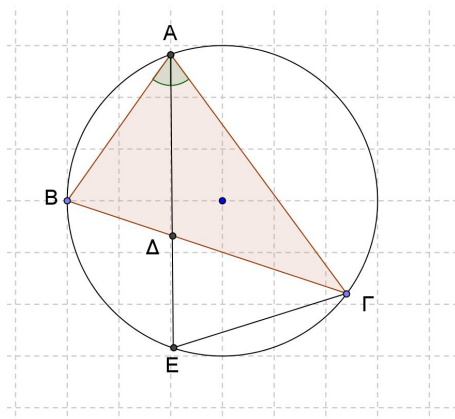
ΑΣΚΗΣΗ 2⁰

α) Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 3x + 2 = 0$

(1) Να λυθεί η εξίσωση (2) Να παραγοντοποιηθεί το τριώνυμο $x^2 - 3x + 2$

β) Με την βοήθεια του υποερωτήματος α(2) να λυθεί η εξίσωση $\frac{x+4}{x^2-3x+2} - 1 = -\frac{3x}{2-x}$

ΑΣΚΗΣΗ 3⁰



Δίνεται τρίγωνο ABΓ εγγεγραμμένο σε κύκλο και AD η διχοτόμος της γωνίας A που τέμνει τον κύκλο στο E. Αν γνωρίζουμε ότι $BD=3$ cm και $EG=5$ cm τότε

α) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ABΔ και AΕΓ είναι όμοια και να βρεθεί ο λόγος ομοιότητας τους.

β) Αν το τρίγωνο ABΔ έχει εμβαδό 18 cm² να υπολογισθεί το εμβαδό του τριγώνου AΕΓ.

Από τις 2 θεωρίες γράφουμε την ΜΙΑ και από τις 3 ασκήσεις γράφουμε τις ΔΥΟ

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1°

A) Σε κάθε πρόταση της A στήλης να αντιστοιχίσετε ένα μόνο μονώνυμο από την B στήλη, ώστε να προκύψουν σωστές προτάσεις.

A ΣΤΗΛΗ	B ΣΤΗΛΗ
1) Το μονώνυμο $4\alpha\beta^3$ είναι αντίθετο με το 2) Το μονώνυμο $2\alpha^5\beta^4$ είναι όμοιο με το 3) Το μονώνυμο $4\alpha^6\beta^5$ έχει τον ίδιο βαθμό ως προς α και β με το 4) Το μονώνυμο $4\alpha^6\beta^4$ έχει τον ίδιο βαθμό ως προς α με το	i) $4\alpha^5\beta^4$ ii) $-4\alpha\beta^3$ iii) $2\alpha^3\beta^8$ iv) $-4\alpha^3\beta$ v) $4\alpha^6\beta$

B) Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$

ΘΕΜΑ 2°

A) Με τη βοήθεια του σχήματος να συμπληρώσετε τις παρακάτω ισότητες:

	<p>$\rho = \dots\dots\dots$</p> <p>$\eta\mu\phi = \dots\dots\dots$</p> <p>$\sigma\upsilon\nu\phi = \dots\dots\dots$</p> <p>$\epsilon\phi\omega = \dots\dots\dots$</p>
--	---

B) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω ισότητες και προτάσεις με Σωστό (Σ) ή Λάθος (Λ):

- i. $\eta\mu(180^\circ - \phi) = -\eta\mu\phi$
- ii. $\sigma\upsilon\nu 90^\circ = 1$
- iii. Υπάρχει αμβλεία γωνία ϕ με $\eta\mu\phi = 2$.
- iv. Για οποιαδήποτε αμβλεία γωνία ϕ ισχύει $\epsilon\phi\omega < 0$.

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΘΕΜΑ 1°

Δίνεται η εξίσωση: $3\chi(\chi - 2) = -4(\chi + 1) + 5$

- Να μετατρέψετε, μετά από κατάλληλες πράξεις, την παραπάνω εξίσωση στη μορφή: $3\chi^2 - 2\chi - 1 = 0$
- Να λύσετε την εξίσωση: $3\chi^2 - 2\chi - 1 = 0$
- Να παραγοντοποιήσετε το τριώνυμο: $3\chi^2 - 2\chi - 1$

ΘΕΜΑ 2°

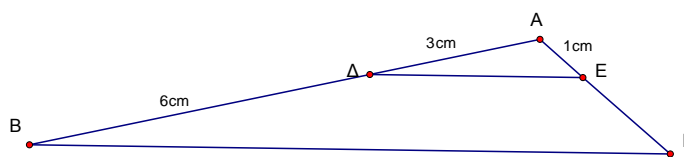
Δίνεται το σύστημα:
$$\begin{cases} \frac{x+3}{4} + \frac{2y+1}{5} = 2 \\ \frac{3x+4}{7} - \frac{5y}{2} = -4 \end{cases}$$

- Να μετατρέψετε, μετά από κατάλληλες πράξεις, το παραπάνω σύστημα στη μορφή:
$$\begin{cases} 5x + 8y = 21 \\ 6x - 35y = -64 \end{cases}$$
- Να λύσετε το σύστημα:
$$\begin{cases} 5x + 8y = 21 \\ 6x - 35y = -64 \end{cases}$$

ΘΕΜΑ 3°

Στο διπλανό σχήμα είναι $B\Gamma \parallel \Delta E$. Αν $A\Delta = 3\text{cm}$, $\Delta B = 6\text{cm}$ και $A E = 1\text{cm}$.

- Να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A\Delta E$ είναι όμοια μεταξύ τους.
- Να αποδείξετε ότι $E\Gamma = 2\text{cm}$.
- Αν το τρίγωνο $AB\Gamma$ έχει εμβαδόν $10,8\text{cm}^2$ να υπολογίσετε το εμβαδόν του τριγώνου $A\Delta E$.



ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

- Να απαντήσετε σε ένα από τα θέματα θεωρίας και σε δυο από τα θέματα των ασκήσεων.
- Όλες οι απαντήσεις να δοθούν στην κόλλα σας.
- Όλα τα θέματα είναι βαθμολογικά ισοδύναμα.
- Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού και υπολογιστικής μηχανής.

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (Από τα δύο θέματα της θεωρίας απαντάτε μόνο στο ένα)

ΘΕΜΑ 1^ο

A) Να αποδείξετε ότι $(\alpha - \beta)(\alpha + \beta) = \alpha^2 - \beta^2$

B) Να μεταφέρετε στην κόλλα αναφοράς και να συμπληρώσετε τις ισότητες:

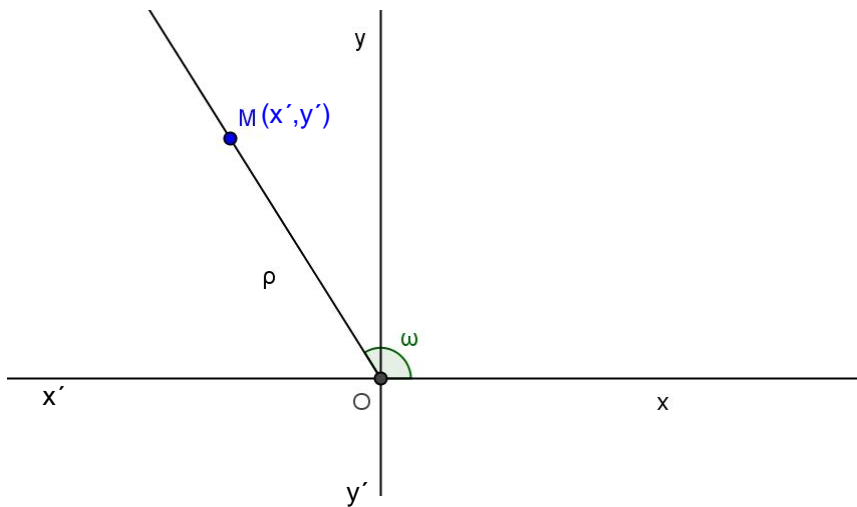
i) $(\alpha - \beta)^2 = \dots - \dots + \dots$

ii) $\alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3 = (\dots - \dots)^3$

iii) $(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = \dots + \dots$

ΘΕΜΑ 2^ο

A) Σύμφωνα με το παρακάτω σχήμα να ορίσετε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας $\hat{x}OM = \hat{\omega}$ (δηλαδή ημω, συνω, εφω)



B) Να δείξετε ότι:

$$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$$

Γ) Να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στην κόλλα αναφοράς τον παρακάτω πίνακα αντιστοιχίζοντας σε κάθε τριγωνομετρικό αριθμό της στήλης A τον ίσο του στη στήλη B.

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
α. ημ(180° - ω)	1. ημω
β. συν(90° - ω)	2. - ημω
γ. συν(180° - ω)	3. συνω
δ. ημ90°	4. - συνω
ε. ημ0°	5. 0
στ. συν180°	6. 1
	7. - 1

α	β	γ	δ	ε	στ

Β. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ (από τα τρία θέματα των ασκήσεων απαντάτε μόνο στα δύο).

ΘΕΜΑ 1°

Έστω τα πολυώνυμα $A(x) = (2x-3)^2 - (x+1)(x-1) - 2(x^2+6)$,

$$B(x) = 3x^2 - 18x \quad , \quad \Gamma(x) = x^2 - 16 \quad \text{και} \quad \Delta(x) = (x+1)^2 - 2x - 3$$

- i) Εκτελώντας τις πράξεις να δείξετε ότι $\Delta(x) = x^2 - 2$
- ii) Εκτελώντας τις πράξεις να δείξετε ότι $A(x) = \Delta(x) - 12x$
- iii) Να παραγοντοποιήσετε τα πολυώνυμα $B(x)$ και $\Gamma(x)$
- iv) Να λυθεί η εξίσωση $x^2 - 10x + 24 = 0$

ΘΕΜΑ 2°

- α) Να λυθεί το σύστημα
$$\begin{cases} 3\alpha - 2\beta = 36 \\ \alpha + 3\beta = -10 \end{cases}$$
 και να δείξετε ότι $\alpha = 8$ και $\beta = -6$

β) Να τοποθετήσετε το σημείο $M(8, -6)$ σε ένα σύστημα συντεταγμένων και να βρείτε τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας $x\hat{O}M$

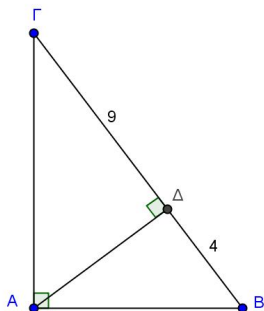
γ) Αν β ο αριθμός που προέκυψε από το (α) ερώτημα και $x = \beta\eta\mu\omega$ και $y = \beta\sigma\upsilon\nu\omega$, να δείξετε ότι $x^2 + y^2 = 36$

δ) Αν α ο αριθμός που προέκυψε από το (α) ερώτημα και $\eta\mu\varphi = \frac{\alpha}{10}$, με φ αμβλεία γωνία, να υπολογίστε το $\sigma\upsilon\nu\varphi$ και την $\epsilon\varphi\varphi$

ΘΕΜΑ 3°

Δίνεται το παρακάτω ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ με $\hat{A} = 90^\circ$

- i) Αν $\hat{B} = 60^\circ$, να συγκρίνετε τις γωνίες ΔAB και Γ .
- ii) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $A\Delta B$ και $A\Delta\Gamma$ είναι όμοια και να γράψετε τους λόγους των ανάλογων πλευρών.
- iii) Αν $\Delta B = 4$ και $\Delta\Gamma = 9$, να βρεθεί το $A\Delta$.



Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1^ο:

α) Να συμπληρώσετε την ταυτότητα και να την αποδείξετε:

$$(\alpha + \beta)^3 = \dots\dots\dots$$

β) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με Σ , αν είναι σωστές ή με Λ , αν είναι λανθασμένες:

- i) Η διαδικασία με την οποία μια παράσταση, που είναι γινόμενο παραγόντων, μετατρέπεται σε άθροισμα, λέγεται παραγοντοποίηση.
- ii) Ταυτότητα λέγεται κάθε ισότητα που περιέχει μεταβλητές και αληθεύει για όλες τις τιμές των μεταβλητών της.
- iii) Ισχύει η ισότητα: $2x^2 - 9 = (2x - 3)(2x + 3)$.

ΘΕΜΑ 2^ο:

α) Να αποδείξετε ότι για οποιαδήποτε γωνία ω με $\sin \omega \neq 0$ ισχύει:

$$\varepsilon\varphi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$$

β) Να αντιστοιχίσετε σε κάθε τριγωνομετρικό αριθμό της στήλης Α τον ίσο του από τη στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $\eta\mu 30^\circ$	α) -1
2. $\sigma\upsilon\nu 120^\circ$	
3. $\varepsilon\varphi 135^\circ$	β) $\frac{1}{2}$
4. $\eta\mu 150^\circ$	
5. $\sigma\upsilon\nu 60^\circ$	γ) $-\frac{1}{2}$
6. $\varepsilon\varphi(180^\circ - 45^\circ)$	

Β. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η:

Να κάνετε τις πράξεις και να απλοποιήσετε την παράσταση:

$$A = \frac{x^3 - x}{2x} : \frac{x^2 - 4}{x^2 - 4x + 4} \cdot \frac{x + 2}{5x + 5}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2^η:

Το νησί τηςτον περασμένο Ιούλιο επισκέφθηκαν συνολικά 350 Άγγλοι και Γερμανοί. Τον Αύγουστο ο αριθμός των Άγγλων επισκεπτών διπλασιάστηκε, ενώ οι Γερμανοί επισκέπτες μειώθηκαν κατά 50, με αποτέλεσμα, οι Άγγλοι επισκέπτες να γίνουν ίσοι με τους Γερμανούς (τον Αύγουστο). Να βρείτε πόσοι ήταν οι Άγγλοι και πόσοι οι Γερμανοί επισκέπτες τον Ιούλιο.

ΑΣΚΗΣΗ 3^η:

Αν για την γωνία ω ισχύει $\sin\omega = -\frac{3}{5}$, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης:

$$A = \frac{1}{4}\eta\mu\omega - \frac{1}{3}\sigma\upsilon\nu\omega + \frac{3}{10}\epsilon\varphi\omega$$

Σημείωση: Από τα δύο θέματα θεωρίας να επιλέξετε και να απαντήσετε στο ένα και από τις τρεις ασκήσεις να επιλέξετε και να λύσετε τις δύο

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (Θα απαντήσετε σε 1 από τα 2 θέματα)

Θέμα 1^ο

α) Τι ονομάζεται ταυτότητα;

β) Να συμπληρωθούν οι ταυτότητες :

➤ $(\alpha+\beta)(\alpha-\beta)=\dots\dots\dots$

➤ $(\alpha+\beta)^2=\dots\dots\dots$

➤ $(\alpha-\beta)^3=\dots\dots\dots$

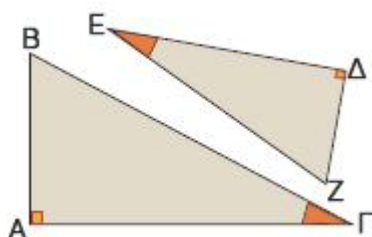
γ) Να αποδείξετε ότι $(\alpha-\beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$.

Θέμα 2^ο

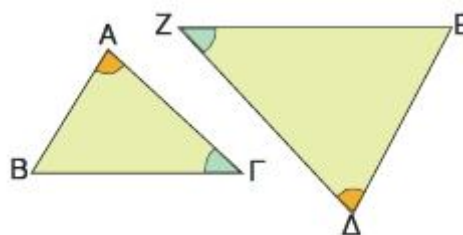
1) Πότε δυο τρίγωνα είναι όμοια;

2) Να γράψετε τους ίσους λόγους στα παρακάτω ζεύγη των ομοίων τριγώνων

α)



β)



3) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις ως (Σ) αν είναι σωστές ή με (Λ) αν είναι λανθασμένες:

- i) Αν δυο τρίγωνα έχουν τις γωνίες τους ίσες μια προς μια είναι ίσα.
- ii) Αν δυο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μια προς μια είναι ίσα.
- iii) Δυο ισόπλευρα τρίγωνα είναι όμοια
- iv) Ο λόγος των περιμέτρων δυο ομοίων τριγώνων είναι ίσος με το τετράγωνο του λόγου ομοιότητάς τους.

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ (Θα λύσετε τις 2 από τις 3 ασκήσεις)

Άσκηση 1^η

Δίνονται οι παραστάσεις: $A=(2\chi-1)^2+4\chi(\chi-2)$ και $B=(3\chi-2)(3\chi+2)-2(\chi^2-3)$

- Να γίνουν όλες οι δυνατές πράξεις στις παραστάσεις A και B.
- Να λυθεί η εξίσωση $A-B=-12$
- Να παραγοντοποιηθεί η παράσταση $A-B+12$

Άσκηση 2^η

Δίνεται το σύστημα:

$$\begin{cases} 2(x-3y)-5=-x-4(y-3)-12 \\ \frac{x+2}{3}-\frac{y}{6}=1 \end{cases}$$

A) Αφού πρώτα εκτελέσετε όλες τις δυνατές πράξεις να δείξετε ότι γίνεται:

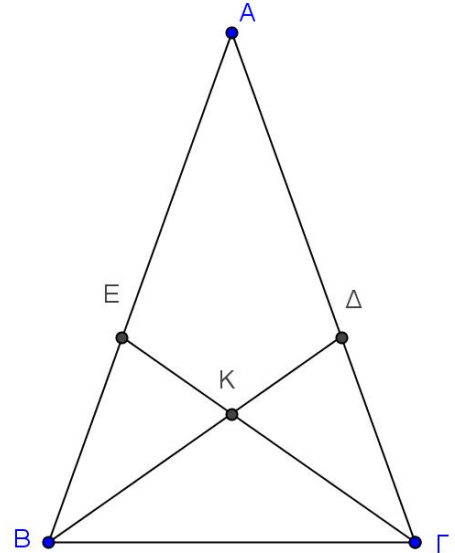
$$\begin{cases} 3x-2y=5 \\ 2x-y=2 \end{cases} \text{ και στη συνέχεια να λυθεί με όποια μέθοδο θέλετε.}$$

B) Να βρεθεί η τιμή του κ, αν η ευθεία $\epsilon: \kappa\chi+3y=2$ διέρχεται από το σημείο $A(-1,-4)$

Άσκηση 3^η

Δίνεται $AB\Gamma$ **ισοσκελές** τρίγωνο με $AB=AG$. Αν $B\Delta$ και ΓE οι **διχοτόμοι** των γωνιών \widehat{B} και $\widehat{\Gamma}$ και K το σημείο τομής αυτών των διχοτόμων, να δείξετε ότι:

- Τα τρίγωνα $AB\Delta$ και $AG E$ είναι ίσα.
- Το τρίγωνο $KB\Gamma$ είναι **ισοσκελές**.
- $EK=K\Delta$



Παρατήρηση: Όλα τα θέματα είναι **ισόβαθμα**.

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (Να επιλέξετε ένα από τα δύο θέματα)**Θέμα 1^ο :**

A) Να αποδείξετε την ταυτότητα $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

B) Να συμπληρώσετε τα κενά με τα κατάλληλα μονώνυμα ώστε να ισχύουν οι ταυτότητες:

α) $(5 + \dots)^2 = (\dots + \dots + 16\chi^4)$
 β) $(\dots - \dots)(\chi^3 + \dots) = \dots - 81\psi^6$
 γ) $(\dots - \dots)^2 = \chi^2 - 10\chi\psi^2 + \dots$

Θέμα 2^ο :

A) Να διατυπωθούν τα κριτήρια ισότητας τριγώνων

B) Να χαρακτηριστούν οι παρακάτω προτάσεις ως (Σ) αν είναι Σωστές ή (Λ) αν είναι Λανθασμένες:

- ι) Δύο όμοια τρίγωνα είναι πάντα ίσα.
- ii) Δύο ορθογώνια τρίγωνα με δύο πλευρές ίσες είναι πάντα ίσα.
- iii) Δύο τρίγωνα με δύο πλευρές και μια γωνία ίσες είναι πάντα ίσα.

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ (Να επιλέξετε δύο από τα τρία θέματα).**Θέμα 1^ο :**

α) Να απλοποιηθεί η παράσταση: $A = \frac{x^3 + 3x^2 + 4x}{x^3 - 16x}$.

β) Να λυθεί η εξίσωση $A=2$.

γ) Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις:

ι) $\chi^3 - 25\chi$, ii) $3\chi^4 + 15\chi^3$,
 iii) $\chi^3 - 3\chi^2 - 9\chi + 27$ και iv) $\psi^2 - \chi^2 + 2\chi - 1$.

Θέμα 2^ο

Να λυθούν τα συστήματα:

$$\text{i) } \begin{cases} \frac{\chi - 1}{2} - \frac{\psi - 2}{3} = 1 \\ 2\chi + 5\psi = -3 \end{cases} \quad \text{και ii) } \begin{cases} \chi + \psi = 5 \\ 2\chi - \psi = 1 \end{cases}$$

Θέμα 3^ο :

Αν $\eta\mu\chi = \frac{3}{4}$ και $90 \leq \chi \leq 180$

α) Να υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς, δηλαδή $\sigma\upsilon\nu\chi$ και $\epsilon\phi\chi$.

β) Αφού υπολογιστούν οι παραστάσεις $\eta\mu(180^0-\chi)$, $\sigma\upsilon\nu(180^0-\chi)$ και $\epsilon\phi(180^0-\chi)$ να υπολογιστεί η αριθμητική τιμή της παράστασης $A = 4\eta\mu(180^0-\chi) - 8\sigma\upsilon\nu(180^0-\chi) + 14\epsilon\phi(180^0-\chi)$.

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (Από τα 2 θέματα να γράψετε το 1)**ΘΕΜΑ 1^ο**

- α.) Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες : $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$
 και $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$
- β.) Να βρείτε τα αναπτύγματα : $(2x + 3)^2 = \dots\dots\dots$
 και $(x + 5)(x - 5) = \dots\dots\dots$
- γ.) Να αποδείξετε την ταυτότητα $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$.

ΘΕΜΑ 2^ο

- α.) Να διατυπώσετε τα 3 κριτήρια ισότητας τριγώνων.
- β.) Δίνονται τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $A'B'\Gamma'$.
 Ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι Σωστές (Σ), ποιες Λάθος (Λ) και γιατί ;
- i) Αν $\hat{A} = \hat{A}'$, $AB = A'B'$ και $A\Gamma = A'\Gamma'$ τότε τα τρίγωνα είναι ίσα.
- ii) Αν $\hat{A} = \hat{A}'$, $\hat{B} = \hat{B}'$ και $\hat{\Gamma} = \hat{\Gamma}'$ τότε τα τρίγωνα είναι ίσα.
- iii) Αν $AB = A'B'$, $A\Gamma = A'\Gamma'$ και $B\Gamma = B'\Gamma'$ τότε τα τρίγωνα είναι ίσα.

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ (Από τις 3 ασκήσεις να γράψετε τις 2)

ΑΣΚΗΣΗ 1^η Δίνονται οι παραστάσεις : $A = 2x^2 + 3x - 5$ και $B = x^2 - 1$.

- α.) Να λυθεί η εξίσωση : $A = 0$. (δηλαδή η εξίσωση $2x^2 + 3x - 5 = 0$)
- β.) Να γίνουν γινόμενα οι παραστάσεις A και B .
- γ.) Δίνεται η παράσταση $\Gamma = \frac{A}{B}$. Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται η παράσταση Γ και κατόπιν να την απλοποιήσετε.

ΑΣΚΗΣΗ 2^η Δίνεται το σύστημα :

$$\begin{cases} (x + 3)^2 - (y - 2)^2 = x^2 - y^2 + 9x + 6 \\ \frac{x - 1}{2} + \frac{y + 2}{3} = 1 \end{cases}$$

- α.) Να δείξετε ότι μετά τις πράξεις το σύστημα γίνεται :
- $$\begin{cases} -3x + 4y = 1 \\ \square \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$$
- β.) Να λύσετε το σύστημα :
- $$\begin{cases} -3x + 4y = 1 \\ \square \\ 3x + 2y = 5 \end{cases}$$

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Στο διπλανό σχήμα είναι :

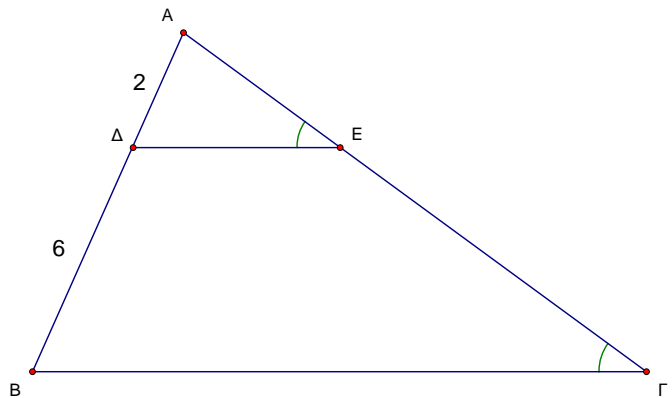
$$\hat{E} = \hat{F} \quad , \quad AD = 2 \text{ cm} \quad \text{και} \\ AB = 6 \text{ cm} \quad .$$

α.) Να δείξετε ότι τα τρίγωνα ADE και ABG είναι όμοια.

β.) Να γράψετε τους ίσους λόγους που προκύπτουν από την ομοιότητα των δύο τριγώνων και να δείξετε ότι ο λόγος ομοιότητας του ADE προς το ABG είναι ίσος με $\frac{1}{4}$.

γ.) i) Να δείξετε ότι $\frac{(ADE)}{(ABG)} = \frac{1}{16}$.

ii) Αν $(ABG) = 64 \text{ cm}^2$ να βρείτε το εμβαδόν (ADE)



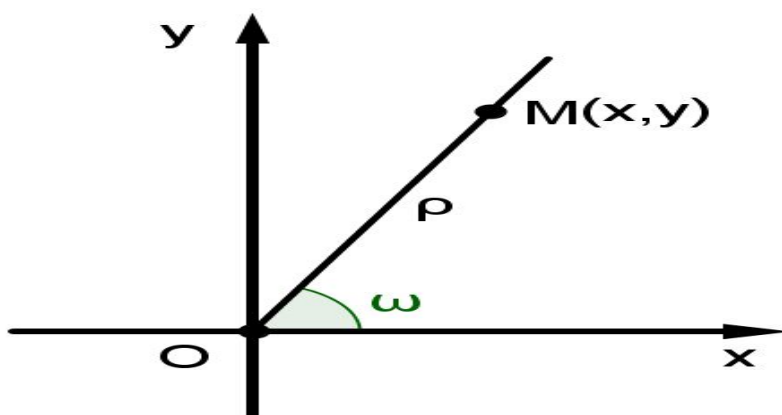
A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (Από τα 2 θέματα να γράψετε το 1)

ΘΕΜΑ 1^ο

α) Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων Oxy τοποθετούμε τη γωνία ω έτσι ώστε $\omega = \angle xOM$ όπου M ένα σημείο με συντεταγμένες (x,y) και $\rho=OM$, όπως φαίνεται στο σχήμα δίπλα στους πίνακες.

Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τον διπλανό πίνακα και να τον συμπληρώσετε, αντιστοιχίζοντας τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω της στήλης A του παρακάτω πίνακα με τους λόγους της στήλης B (στη στήλη B ένας λόγος περισσεύει).

ΣΤΗΛΗ A	ΣΤΗΛΗ B
1. ημω	A. $\frac{y}{x}$
	B. $\frac{x}{y}$
2. συνω	Γ. $\frac{x}{\rho}$
	Δ. $\frac{y}{\rho}$
3. εφω	



β) Να συμπληρώσετε τις βασικές τριγωνομετρικές ταυτότητες και να τις γράψετε στην κόλλα σας:

..... + $\text{συν}^2\omega = \dots\dots\dots$ και $\text{εφ}\omega = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

ΘΕΜΑ 2^ο

α) Να μεταφέρετε στην κόλλα σας τον παρακάτω πίνακα και να τον συμπληρώσετε, αντιστοιχίζοντας κάθε παράσταση της στήλης Α με το ανάπτυγμά της που υπάρχει στην στήλη Β (στη στήλη Β δύο αναπτύγματα περισσεύουν).

Στήλη Α	Στήλη Β
	Α. $\alpha^3 - 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 - \beta^3$
1. $(\alpha - \beta)^2$	Β. $\alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$
2. $(\alpha + \beta)^3$	Γ. $\alpha^2 + \beta^2$
3. $(\alpha + \beta)^2$	Δ. $\alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$
4. $(\alpha - \beta)^3$	Ε. $\alpha^2 - \beta^2$
	ΣΤ. $\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

1	
2	
3	
4	

β) Να συμπληρωθεί και να αποδειχθεί η ταυτότητα: $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$

Β. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ (Από τις 3 ασκήσεις να γράψετε τις 2)

ΘΕΜΑ 1^ο

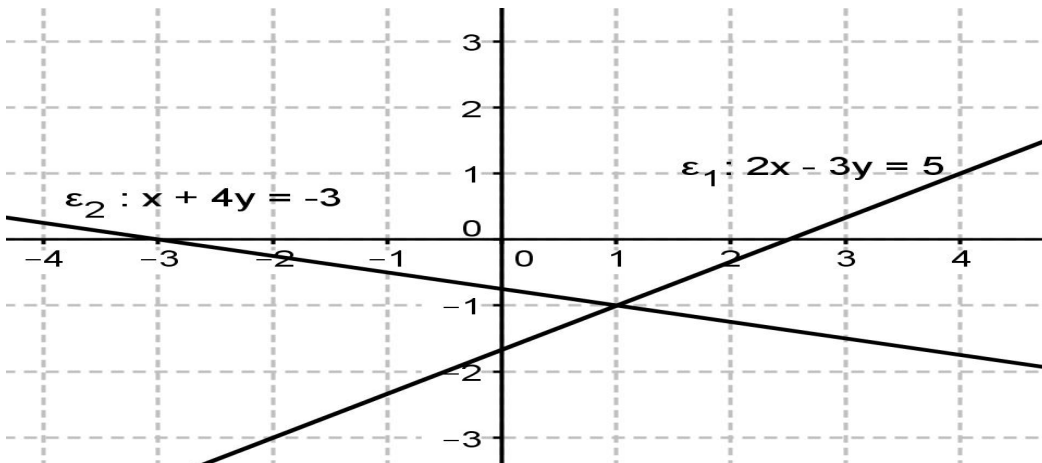
α) Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις: $x^2 - 4$ και $x^2 - 2x$

β) Να λυθεί η εξίσωση: $x^2 - x - 6 = 0$

γ) Δίνεται η εξίσωση: $\frac{4x}{x^2 - 4} - \frac{1}{x^2 - 2x} = \frac{2}{x + 2}$

Να λυθεί και να εξεταστεί αν έχει κοινές λύσεις με την εξίσωση του ερωτήματος β)

ΘΕΜΑ 2^ο



Στο παραπάνω σχήμα παριστάνονται στο ίδιο σύστημα συντεταγμένων οι ευθείες με εξισώσεις

$\varepsilon_1: 2x - 3y = 5$ και $\varepsilon_2: x + 4y = -3$.

α) Γιατί το σύστημα $\begin{cases} 2x - 3y = 5 \\ x + 4y = -3 \end{cases}$ έχει μοναδική λύση;

Να την προσδιορίσετε **γραφικά** (από το σχήμα).

β) Να λύσετε **αλγεβρικά**, με όποια μέθοδο θέλετε, το σύστημα $\begin{cases} 4x + 3y = 1 \\ 6x - 5y = 11 \end{cases}$ και να αποδείξετε

ότι έχει την ίδια λύση με το σύστημα του ερωτήματος α).

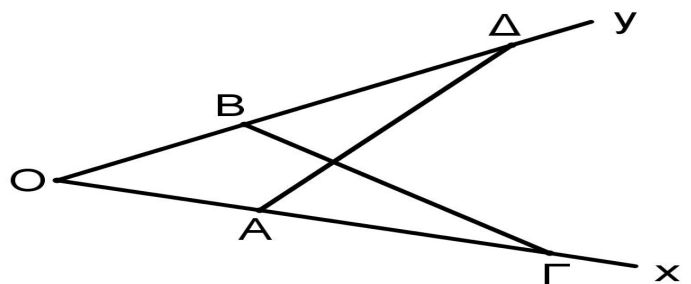
ΘΕΜΑ 3^ο

Στο διπλανό σχήμα είναι $OA=OB$ και $OG=OD$.

Να αποδείξετε ότι:

α) Τα τρίγωνα OAD και OBG είναι ίσα.

β) $\widehat{\Delta AG} = \widehat{\Delta BG}$ και $AG=BG$.



ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1. Από τα 2 θέματα θεωρίας να γράψετε το 1 και από τις 3 ασκήσεις να λύσετε τις 2.
2. Όλα τα θέματα είναι βαθμολογικά ισοδύναμα.
3. Μπορείτε να διαπραγματευτείτε τα θέματα με όποια σειρά θέλετε.
4. Όλες οι απαντήσεις να γραφτούν στην κόλλα σας. Στα θέματα να γράψετε μόνο το όνομά σας.
5. Απαγορεύεται η χρήση διορθωτικού και υπολογιστικής μηχανής

(A) **ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ****ΘΕΜΑ 1** : (α) Να συμπληρωθούν οι ισότητες :

$(\alpha + \beta)^2 =$

$(\alpha - \beta)^2 =$

$(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) =$

$(\alpha + \beta)^3 =$

$(\alpha - \beta)^3 =$

(β) Να χαρακτηρίσετε ως «Σωστή» ή «Λάθος» καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις :

1. Ισχύει $2\alpha^3 + 5\alpha^2 = 7\alpha^5$
2. Η παράσταση $(\sqrt{3} - 2)x^2y^3$ είναι **μονώνυμο**
3. Τα μονώνυμα $3\alpha^2\beta$ και $-3\alpha\beta^2$ είναι **αντίθετα**
4. Η παράσταση $-\alpha x^2$ είναι **μονώνυμο** με συντελεστή -1
5. Το πολυώνυμο $3x^3y - 2xy^5 + 5x^2y$ είναι $5^{\text{ου}}$ βαθμού ως προς **x και y**

ΘΕΜΑ 2 : (α) Να χαρακτηρίσετε καθεμία από τις παρακάτω προτάσεις ως «Σωστή» ή «Λάθος» :

1. Ισχύει $\eta\mu 180^\circ = 0$
2. Οι **παραπληρωματικές** γωνίες έχουν αντίθετα ημίτονα
3. Οι **αμβλείες** γωνίες έχουν θετική εφαπτομένη
4. Ισχύει $\eta\mu^2 50^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 130^\circ = 1$
5. Ισχύει $\sigma\upsilon\nu 127^\circ + \sigma\upsilon\nu 53^\circ = 0$

(β) Να επιλεγεί η σωστή απάντηση σε καθένα από τα παρακάτω ερωτήματα :

1. Η παράσταση $\eta\mu^2 62^\circ + \sigma\upsilon\nu^2 62^\circ$ είναι ίση με

(i) 0	(ii) 1	(iii) 2
-------	--------	---------
2. Το $\eta\mu 35^\circ$ είναι ίσο με

(i) $\eta\mu 145^\circ$	(ii) $-\eta\mu 145^\circ$	(iii) κανένα από τα προηγούμενα
-------------------------	---------------------------	---------------------------------
3. Το $\sigma\upsilon\nu 146^\circ$ είναι ίσο με

(i) $\sigma\upsilon\nu 34^\circ$	(ii) $-\sigma\upsilon\nu 34^\circ$	(iii) κανένα από τα προηγούμενα
----------------------------------	------------------------------------	---------------------------------
4. Η $\epsilon\phi 138^\circ$ είναι ίση με

(i) $\epsilon\phi 42^\circ$	(ii) $-\epsilon\phi 42^\circ$	(iii) κανένα από τα προηγούμενα
-----------------------------	-------------------------------	---------------------------------
5. Οι αριθμοί $\eta\mu 115^\circ$ και $\sigma\upsilon\nu 115^\circ$ είναι

(i) ομόσημοι	(ii) αντίθετοι	(iii) ετερόσημοι
--------------	----------------	------------------

(B) **ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ**

ΘΕΜΑ 1 : Να λυθεί η εξίσωση :

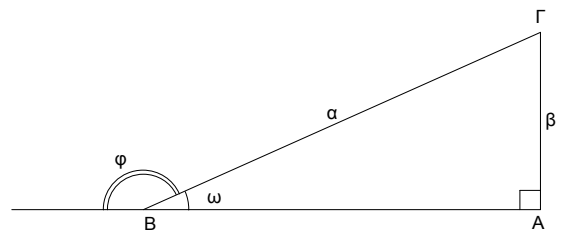
$$(2x - 1)^2 - 11 = 3x(x - 1) + 2x$$

ΘΕΜΑ 2 : (α) Δίνεται το σύστημα :

$$\begin{cases} \alpha - 2\beta = 3 \\ 2\alpha - 3\beta = 11 \end{cases}$$

Να λυθεί το σύστημα (με οποιαδήποτε μέθοδο) και να βρεθεί ότι η λύση του είναι το ζεύγος $(\alpha, \beta) = (13, 5)$

(β) Στο διπλανό ορθογώνιο τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι $B\Gamma = \alpha$ και $A\Gamma = \beta$, όπου (α, β) η λύση του παραπάνω συστήματος.



Να υπολογιστούν οι τριγωνομετρικοί αριθμοί των γωνιών ω και φ

ΘΕΜΑ 3 : Δίνονται οι αλγεβρικές παραστάσεις :

$$A = x^2 - 6x + 9 \quad , \quad B = x^2 - 9 \quad \text{και} \quad \Gamma = 4x - 12$$

(i) Να παραγοντοποιηθούν οι παραστάσεις A , B και Γ

(ii) Να απλοποιηθούν τα κλάσματα $\frac{A}{B}$ και $\frac{\Gamma}{A}$

(iii) Να βρεθούν το ΕΚΠ και ο ΜΚΔ των παραστάσεων A , B και Γ

ΑΠΟ ΤΑ ΔΥΟ ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ ΘΑ ΓΡΑΨΕΤΕ ΤΟ ΕΝΑ
ΑΠΟ ΤΙΣ ΤΡΕΙΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΘΑ ΛΥΣΕΤΕ ΤΙΣ ΔΥΟ

Α. ΘΕΜΑΤΑ Θ Ε Ω Ρ Ι Α Σ

ΘΕΜΑ 1^ο

α) Τι ονομάζεται ταυτότητα ;

β) Να συμπληρώσετε τις παρακάτω ταυτότητες :

iii) $(\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$

iv) $(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$

v) $(\alpha + \beta)(\alpha - \beta) = \dots\dots\dots$

γ) Ποιες από τις παρακάτω ισότητες είναι σωστές και ποιες λάθος :

i) $(\alpha - \beta)^2 = (\beta - \alpha)^2$

ii) $(x - y)^3 = (y - x)^3$

iii) $(5 - 3x)(5 + 3x) = 9x^2 - 25$

iv) $(-x - 4)^2 = x^2 + 8x + 16$

ΘΕΜΑ 2°

α) Να διατυπώσετε τα τρία κριτήρια ισότητας τριγώνων.

β) Να χαρακτηρίσετε ως σωστές ή λάθος τις παρακάτω προτάσεις

- i. Σε ίσα τρίγωνα απέναντι από ίσες πλευρές βρίσκονται ίσες γωνίες.
- ii. Αν δυο τρίγωνα έχουν δυο γωνίες ίσες μια προς μια και μια πλευρά ίση τότε είναι ίσα.
- iii. Αν δυο ορθογώνια τρίγωνα έχουν δυο πλευρές ίσες μια προς μια είναι ίσα.
- iv. Κάθε ύψος ενός ισοσκελούς τριγώνου είναι και διάμεσός του.

B. ΘΕΜΑΤΑ Α Σ Κ Η Σ Ε Ω Ν

ΑΣΚΗΣΗ 1^H

Δίνονται τα πολυώνυμα

$$A(x) = x^2 - 2x \quad B(x) = 2x^2 - 50 \quad \Gamma(x) = 4x^3 - 8x^2 + 5x - 10$$

$$\Delta(x) = (2x-3)^2 - (x+1) \cdot (x-3) - 2(x^2-6)$$

$$E(x) = (x+1)^3 - (x+3)^2 - (x^2-3)(x+3) + 15$$

α). Να παραγοντοποιήσετε τα πολυώνυμα, $A(x)$

$B(x)$ και $\Gamma(x)$

β). Εκτελώντας πράξεις να αποδείξετε ότι $\Delta(x) = x^2 - 10x + 24$ και

$$E(x) = -x^2 + 16$$

γ). Να βρείτε για ποιες τιμές του x ορίζεται το κλάσμα $\frac{\Delta(x)}{E(x)}$ και στη συνέχεια να το απλοποιήσετε.

ΑΣΚΗΣΗ 2^Η

α). Να λύσετε τις εξισώσεις: **i.** $x^2 + x - 6 = 0$

ii. $16x^2 = 8x - 1$

β). Να λύσετε την εξίσωση. $\frac{x+1}{x^2+2x} + \frac{x-3}{x^2-2x} = \frac{4}{x^2-4}$.

γ) Αν α η μικρότερη λύση της παραπάνω εξίσωσης και β η μεγαλύτερη λύση της να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που διέρχεται από την αρχή των αξόνων και το σημείο $M(\alpha, \beta)$.

ΑΣΚΗΣΗ 3^Η

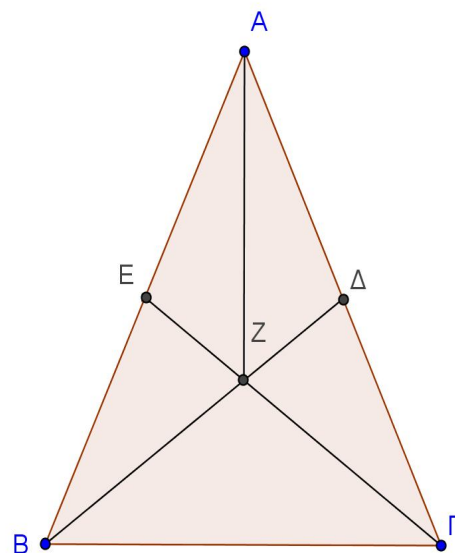
Το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές με $AB=AG$ και $B\Delta, GE$ είναι διάμεσοι.

α) Να αποδείξετε ότι $B\Delta=GE$.

β) Να αποδείξετε ότι η AZ είναι διχοτόμος της γωνίας $\hat{B}\hat{A}\hat{\Gamma}$

γ). Αν για την οξεία γωνία \hat{A} ισχύει $\eta\mu\hat{A} = \frac{3}{5}$, να

υπολογίσετε τους άλλους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας \hat{A} .



Από τα δυο θέματα θεωρίας θα απαντήσετε το ένα και από τις τρεις ασκήσεις τις δυο.

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

Θα απαντήσετε σε ένα θέμα θεωρίας

ΘΕΩΡΙΑ 1^η

A. Να αντιγράψετε στην κόλλα σας τις παρακάτω ισότητες και να συμπληρώσετε τα κενά, ώστε αυτές να εκφράζουν αξιοσημειώτες ταυτότητες:

4. $(\alpha + \beta)^2 = \dots + \dots + \dots$

5. $(\dots - \beta)^2 = \alpha^2 - \dots + \dots$

6. $(\dots + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2 \dots + \dots \alpha \beta^2 + \dots$

B. Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha + \beta) \cdot (\alpha - \beta) = \alpha^2 - \beta^2$

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στην κόλλα σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη ΣΩΣΤΟ, αν η πρόταση είναι σωστή, ή ΛΑΘΟΣ, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Για κάθε πραγματικό αριθμό α, β ισχύει $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2$

β) Ταυτότητα λέγεται κάθε ισότητα που περιέχει μεταβλητές και αληθεύει για ορισμένες τιμές των μεταβλητών της .

γ) Η ισότητα $0 \cdot x = 0$ είναι ταυτότητα

δ) Η ισότητα $(\alpha + \beta)^2 = 0$ είναι ταυτότητα.

ΘΕΩΡΙΑ 2^η

A. Να αντιγράψετε στην κόλλα σας, τις παρακάτω προτάσεις και να συμπληρώσετε τα κενά, ώστε αυτές να εκφράζουν τα κριτήρια ισότητας τυχαίων τριγώνων.

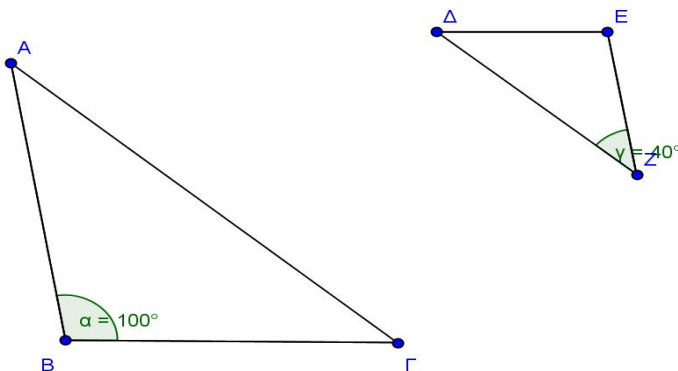
1. Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο πλευρές μία προς μία και την γωνία τους ίση, τότε είναι ίσα

2. Αν δύο τρίγωνα έχουν τις τους, ίσες μία προς μία, τότε είναι ίσα.

3. Αν δύο τρίγωνα έχουν μία πλευρά ίση και τις στην πλευρά αυτή ίσες μία προς μία, τότε είναι

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Δίνονται τα ισοσκελή τρίγωνα $AB\Gamma$ και ΔEZ με: $\Delta E = EZ = 2\text{cm}$, $\hat{B} = 100^\circ$, $\hat{Z} = 40^\circ$, $AB = 3\text{cm}$.



1. Να αποδείξετε ότι είναι όμοια
2. Να γράψετε τους ίσους λόγους που προκύπτουν από την ομοιότητα .
3. Να βρείτε τον λόγο ομοιότητας του ΔEZ ως το προς $AB\Gamma$.

Τα θέματα είναι βαθμολογικά ισοδύναμα

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (Να γράψετε μόνο μία από τις δύο θεωρίες)**Θέμα 1**

- A. i) Τι ονομάζεται ταυτότητα;
 ii) Να μεταφέρεις στο φύλλο των απαντήσεών σου συμπληρωμένες τις παρακάτω προτάσεις, ώστε να προκύπτουν ταυτότητες.
- $\alpha \cdot (\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$
- $\beta \cdot (\alpha - \beta)(\alpha + \beta) = \dots\dots\dots$
- $\gamma \cdot (\alpha + \beta)^2 = \dots\dots\dots$
- $\delta \cdot (\alpha - \beta)^3 = \dots\dots\dots$
- B. Να αποδείξεις την ταυτότητα: $(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$
- Γ. Να χαρακτηρίσεις τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας **στο φύλλο των απαντήσεών σου**, την λέξη **Σωστό ή Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:
1. Αν $\alpha > -2$ τότε $(\alpha^2 + 1)(\alpha + 2) < 0$.
 2. Αν ρ_1, ρ_2 είναι οι λύσεις της εξίσωσης $ax^2 + \beta x + \gamma = 0$, με $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ και $\alpha \neq 0$, τότε το τριώνυμο $ax^2 + \beta x + \gamma$ παραγοντοποιείται σύμφωνα με τον τύπο: $ax^2 + \beta x + \gamma = (x - \rho_1)(x - \rho_2)$.
 3. Αν ένα γραμμικό σύστημα δύο εξισώσεων με δύο αγνώστους x, y είναι αδύνατο, τότε οι ευθείες που παριστάνουν οι δύο εξισώσεις είναι παράλληλες.
 4. Τα μονώνυμα $-2xy^2z$ και $5zxy^2$ είναι όμοια.
 5. Ισχύει $(x+2)^2 = (-x-2)^2$ για κάθε x πραγματικό αριθμό.

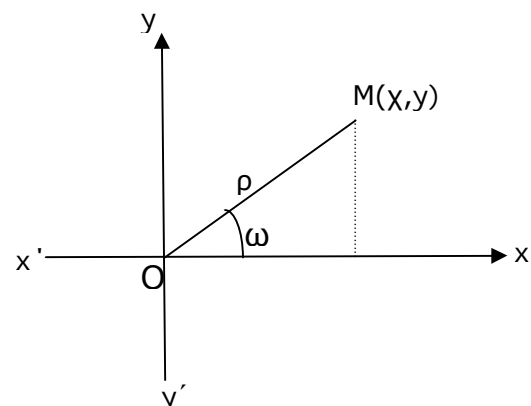
Θέμα 2

- A. i) Στο διπλανό σχήμα θεωρούμε το τυχαίο σημείο $M(x, y)$ τέτοιο ώστε $\vec{OM} = \omega$. Αν το τμήμα $OM = \rho$, να ορίσεις τους τριγωνομετρικούς αριθμούς της γωνίας ω συμπληρώνοντας στο φύλλο των απαντήσεών σου τις ισότητες:

$$\eta\mu\omega = \dots\dots\dots$$

$$\sigma\upsilon\nu\omega = \dots\dots\dots$$

$$\epsilon\phi\omega = \dots\dots\dots$$



- ii) Να μεταφέρεις στο φύλλο των απαντήσεών σου συμπληρωμένες τις παρακάτω προτάσεις, ώστε να προκύπτουν αληθείς ισότητες (στα ερωτήματα α, β, γ) και ανισότητες (στα ερωτήματα δ, ε, ζ).

α. $\text{συν}(180^\circ - \omega) = \dots\dots\dots$

β. $\eta\mu(180^\circ - \omega) = \dots\dots\dots$

γ. $\epsilon\phi(180^\circ - \omega) = \dots\dots\dots$

δ. Αν $90^\circ < \omega < 180^\circ$, $\eta\mu\omega \dots\dots 0$

ε. Αν $90^\circ < \omega < 180^\circ$, $\epsilon\phi\omega \dots\dots 0$

ζ. Αν $90^\circ < \omega < 180^\circ$, $\text{συν}\omega \dots\dots 0$

- B. Χρησιμοποιώντας το παραπάνω σχήμα, να αποδείξεις ότι για οποιαδήποτε γωνία ω ισχύει ότι $\eta\mu^2\omega + \text{συν}^2\omega = 1$.
- Γ. Να χαρακτηρίσεις τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας **στο φύλλο των απαντήσεών σου**, την λέξη **Σωστό ή Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση:
1. Σε δύο τρίγωνα απέναντι από ίσες πλευρές αντιστοιχούν ίσες γωνίες.
 2. Σε κάθε τρίγωνο ΑΒΓ τα σημεία της διαμέσου ΑΔ ισαπέχουν από τα άκρα Β και Γ της πλευράς ΒΓ.
 3. Δύο ορθογώνια τρίγωνα με δύο πλευρές ίσες είναι ίσα.
 4. Ισχύει ότι $\epsilon\phi 150^\circ - \epsilon\phi 20^\circ < 0$.
 5. Ισχύει ότι $\eta\mu^2(180^\circ - \omega) + \text{συν}^2\omega = 1$, για κάθε γωνία ω .

B. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ (Να γράψετε **μόνο δύο** από τις τρεις ασκήσεις)

Άσκηση 1

Δίνονται οι παραστάσεις: $A = (x+2)^3 - 2(x-1)^2 - 6(2x+1)$, $B = x^2 - 4$, $\Gamma = x^2 - 2x$

- A. Να αποδείξεις ότι $A = x^3 + 4x^2 + 4x$ και στη συνέχεια να παραγοντοποιήσεις τις παραστάσεις A, B και Γ.
- B. Να λύσεις τις εξισώσεις:
- i) $x^3 + 4x^2 + 4x = 0$,
 - ii) $x^2 - 4 = 0$
 - iii) $x^2 - 2x = 0$
- Γ. Να λύσεις την εξίσωση $\frac{1}{A} + \frac{2}{B} = \frac{1}{\Gamma}$, όπου A, B, Γ οι παραπάνω παραστάσεις.

Άσκηση 2

Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο $AB\Gamma$ ($AB=AG$). Στην πλευρά $B\Gamma$ να πάρεις σημεία Δ, E τέτοια ώστε $B\Delta = \Gamma E$, όπως φαίνεται στο διπλανό σχήμα.

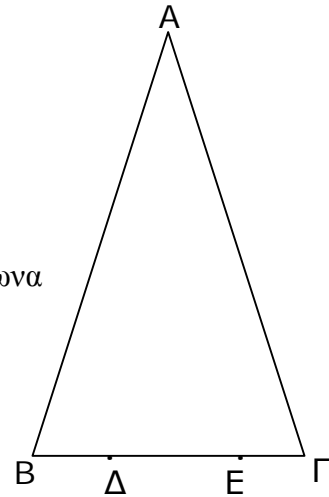
Να φέρεις ΔZ κάθετη στην AB και $E\text{H}$ κάθετη στην AG .

A. Να αποδείξεις ότι: **i)** Τα τρίγωνα $B\Delta Z$ και $\Gamma E\text{H}$ είναι ίσα.

ii) Τα τρίγωνα $AZ\Delta$ και $A\text{E}\text{H}$ είναι ίσα.

B. Αν K το μέσο του $A\Delta$ και Λ το μέσο του $A\text{E}$, να αποδείξεις ότι τα τρίγωνα AZK και $A\text{H}\Lambda$ είναι ισοσκελή και ίσα.

Γ. Αν $B\Gamma = 10$ cm και $B\Delta = 2$ cm, να υπολογίσεις το μήκος του τμήματος $K\Lambda$.



Άσκηση 3

A. Έστω οι ευθείες $\epsilon_1: 2x+y=5$ και $\epsilon_2: 3x-2y=4$. Να βρεις το σημείο τομής των δύο ευθειών.

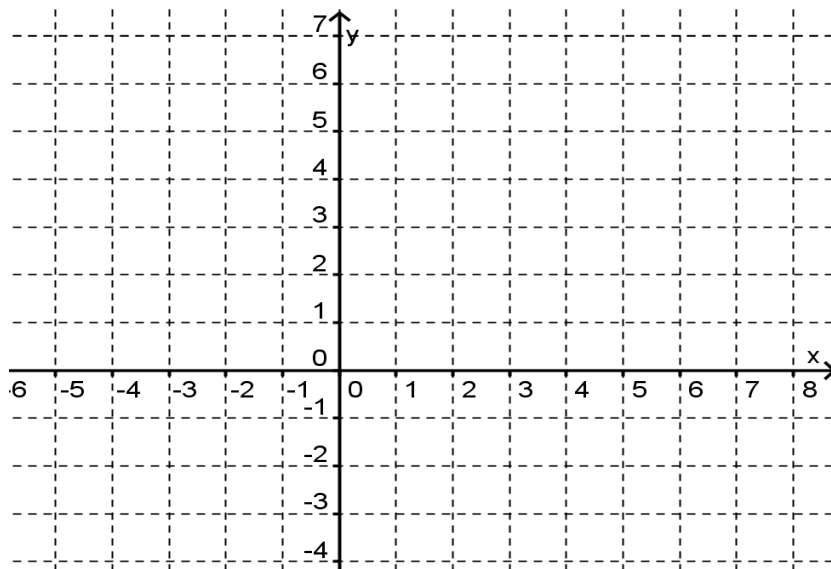
B. Δίνεται η παραβολή $y = -x^2 + (\lambda-1)x - 3$.

i) Να εξετάσεις αν η παραπάνω παραβολή έχει μέγιστη ή ελάχιστη τιμή, αιτιολογώντας την απάντησή σου.

ii) Αν το σημείο $A(2,1)$ ανήκει στην γραφική της παράσταση, να υπολογίσεις την τιμή του λ .

iii) Για $\lambda=5$, να βρεις την κορυφή και τον άξονα συμμετρίας της παραβολής, καθώς και τα κοινά σημεία της παραβολής αυτής με τους άξονες x' και y' .

iv) Να κάνεις τη γραφική παράσταση της παραβολής που προκύπτει στο ερώτημα **iii**, στο σύστημα αξόνων που δίνεται στο τέλος των θεμάτων.



ΘΕΩΡΙΑ: Να απαντήσετε μόνο σε 1 από τα 2 θέματα θεωρίας

ΘΕΜΑ 1^ο:

α) Να συμπληρώσετε τις ταυτότητες:

$(\alpha - \beta)^2 = \dots\dots\dots$ $(\alpha + \beta)^3 = \dots\dots\dots$

β) Να αποδείξετε τις ταυτότητες: $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$,

$\alpha^2 - \beta^2 = (\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta)$

γ) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω ισότητες με Σ αν είναι σωστές, ή με Λ αν είναι λανθασμένες

$\alpha^2 - \beta^2 = (\beta + \alpha) \cdot (\alpha - \beta)$

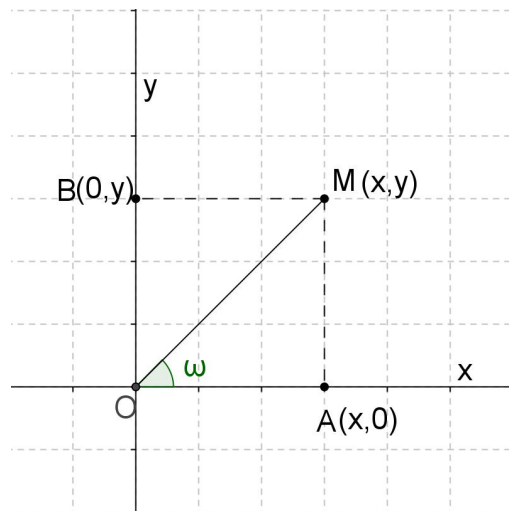
$(-\alpha - \beta)^2 = -\alpha^2 - 2\alpha\beta - \beta^2$

$(\alpha - \beta)^2 = \beta^2 - 2\beta\alpha + \alpha^2$

ΘΕΜΑ 2^ο:

Σε ορθοκανονικό σύστημα αξόνων xOy σημείο M έχει συντεταγμένες (x,y).

Η γωνία ω που σχηματίζεται με κορυφή την αρχή των αξόνων O(0,0), αρχική πλευρά τον θετικό ημιάξονα Oχ και τελική την ημιευθεία OM είναι οξεία.



α) Να συμπληρώσετε τα παρακάτω :

$\eta\mu\omega = \dots\dots\dots$

$\sigma\upsilon\nu\omega = \dots\dots\dots,$

$\epsilon\phi\omega = \dots\dots\dots$

β) Να συμπληρωθούν:

$\eta\mu(180^\circ - \omega) = \dots\dots\dots,$ $\sigma\upsilon\nu(180^\circ - \omega) = \dots\dots\dots,$ $\epsilon\phi(180^\circ - \omega) = \dots\dots\dots,$

γ) Να αποδείξετε ότι :

$\eta\mu^2\omega + \sigma\upsilon\nu^2\omega = 1$

ΑΣΚΗΣΕΙΣ: Να απαντήσετε μόνο σε 2 από τα 3 θέματα ασκήσεων

ΘΕΜΑ 1^ο:

α) Να παραγοντοποιηθούν και να βρεθεί το Ε.Κ.Π. τους.

$$2 \cdot x + 8 = \dots$$

$$x^2 - 16 = \dots$$

$$2 \cdot x - 8 = \dots$$

β) Να λυθεί η εξίσωση, αφού γράψετε πρώτα τους κατάλληλους περιορισμούς για τους οποίους ορίζονται οι όροι της.

$$\frac{2x+4}{2x+8} - \frac{4}{x^2-16} = \frac{x-2}{2x-8}$$

ΘΕΜΑ 2^ο

α) Να συμπληρώσετε τα κενά:

$$\eta\mu 120^\circ = \dots \quad \sigma\upsilon\nu 150^\circ = \dots$$

$$\eta\mu 135^\circ = \dots \quad \sigma\upsilon\nu 135^\circ = \dots$$

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$$A = \frac{3\eta\mu 45^\circ \sigma\upsilon\nu 135^\circ}{2\epsilon\phi 45^\circ} - \frac{\eta\mu 60^\circ \sigma\upsilon\nu 150^\circ}{\epsilon\phi 45^\circ}$$

γ) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης :

$$B = (\sigma\upsilon\nu 150^\circ - \sigma\upsilon\nu 30^\circ)^2 + (\eta\mu 45^\circ - \eta\mu 135^\circ)^2$$

ΘΕΜΑ 3^ο

α) Να υπολογίσετε τις ρίζες ρ_1, ρ_2 της εξίσωσης : $2x^2 - 5x + 3 = 0$

β) Αν ρ_1 η μεγαλύτερη και ρ_2 η μικρότερη ρίζα της προηγούμενης εξίσωσης, να βρείτε τη λύση (x, y) που επαληθεύει το παρακάτω σύστημα, (με όποια μέθοδο επιθυμείτε):

$$\begin{cases} 2x + 3y = -\rho_1 \\ x - 2y = \rho_2 \end{cases}$$

A.ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

- ΘΕΜΑ Α.** Α.1 Πότε μια ισότητα ονομάζεται ταυτότητα;
 Α.2 Να αποδείξετε την ταυτότητα: $(\alpha+\beta)^2=\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2$.
 Α.3 Να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα και μετά να τον μεταφέρετε στην κόλα που υπάρχει σας αντιστοιχίζοντας κάθε παράστασ της στήλης Α, με το ανάπτυγμα που υπάρχει στην στήλη Β.

Στήλη Α	Στήλη Β
1. $(\alpha-\beta)^2$	Α. $\alpha^2-\beta^2$
2. $(\alpha+\beta)^3$	Β. $\alpha^3-3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2-\beta^3$
3. $(\alpha-\beta)(\alpha+\beta)$	Γ. $\alpha^2+2\alpha\beta+\beta^2$
4. $(\alpha-\beta)^3$	Δ. $\beta^2-\alpha^2$
	Ε. $\alpha^2-2\alpha\beta+\beta^2$
	Στ. $\alpha^3+3\alpha^2\beta+3\alpha\beta^2+\beta^3$

- ΘΕΜΑ Β. Β.1** Να αποδείξετε ότι για κάθε γωνία ω ισχύει $\eta\mu^2\omega+\sigma\upsilon\nu^2\omega=1$

- Β.2** Να συμπληρώσετε τα κενά ώστε να ισχύουν οι ισότητες
 ι) $\eta\mu(180^\circ-\omega)=\dots$.ιι) $\sigma\upsilon\nu(180^\circ-\omega)=\dots$.ιιι) $\epsilon\phi(180^\circ-\omega)=\dots$

- Β.3** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με (Σ) αν είναι σωστές ή (Λ) αν είναι λάθος.
 ι) $\sigma\upsilon\nu^2\omega=1-\eta\mu^2\omega$ ιι) $\sigma\upsilon\nu\omega=\eta\mu\omega$ εφω. ιιι) Αν $\sigma\upsilon\nu\omega=0$ τότε $\eta\mu\omega=1$.
 ιν) Υπάρχει γωνία ω με $\eta\mu\omega=0$ και $\sigma\upsilon\nu\omega=0$.

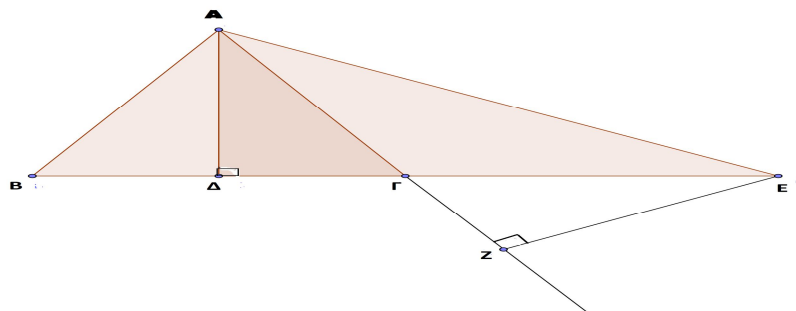
ι.	ιι.	ιιι.	ιν.

B.ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

- ΘΕΜΑ 1^ο** α) Έστω η παράσταση $A=(\chi+2)^2+(\chi-1)^2-5(2\chi+3)$ να κάνετε τις πράξεις και να αποδείξετε ότι $A=2\chi^2-8\chi-10$

- β) Να λύσετε την εξίσωση $A=0$

- γ) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση A



ΘΕΜΑ 2^ο Δίνεται ισοσκελές τρίγωνο ΑΒΓ (ΑΒ=ΑΓ) και το ύψος του ΑΔ. Προεκτείνουμε την πλευρά ΒΓ κατά τμήματα ΓΕ=ΑΓ και φέρνουμε ΕΖ κάθετη στη ΑΓ. Να αποδείξετε ότι:

ι) Τα τρίγωνα ΑΒΔ και ΕΓΖ είναι ίσα.

ιι) Το ευθύγραμμο τμήμα ΓΖ είναι το μισό του ΒΓ.

ΘΕΜΑ 3^ο Δίνεται το σύστημα
$$\begin{cases} 2(\chi - 3) + 3(\psi - 1) = -2 \\ 3(\chi - 2) + 2(\psi + 3) \end{cases} \quad (1)$$

ι) Να δείξετε ότι το σύστημα (1) είναι ισοδύναμο με το σύστημα

$$(2) \quad 2\chi + 3\psi = 7$$

$$3\chi + 2\psi = 8$$

ιι) Να λύσετε το σύστημα (2) του ερωτήματος (ι)

ΟΔΗΓΙΕΣ

- Να απαντήσετε σε ένα (1) θέμα θεωρίας και δύο (2) θέματα ασκήσεων.
- Τα θέματα είναι βαθμολογικώς ισοδύναμα.

A.ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ (να επιλέξετε ένα από τα δύο θέματα)**ΘΕΜΑ 1.**

i) Διατυπώστε τα κριτήρια ισότητας ορθογωνίων τριγώνων. Κάντε και το αντίστοιχο σχήμα.

ii) Χαρακτηρίστε σωστή(Σ) ή λανθασμένη(Λ) κάθε μια από τις παρακάτω προτάσεις:

α) Αν δυο τρίγωνα έχουν όλες τις γωνίες ίσες τότε είναι ίσα.

β) Αν δυο τρίγωνα έχουν δυο πλευρές και μια γωνία ίσες τότε είναι πάντοτε ίσα.

ΘΕΜΑ 2

i) Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$(\alpha + \beta)^3 = \alpha^3 + 3\alpha^2\beta + 3\alpha\beta^2 + \beta^3$$

ii) Χαρακτηρίστε σωστή(Σ) ή λανθασμένη(Λ) κάθε μια από τις παρακάτω ισότητες:

α) $(2x - 3y)^3 = (2x)^3 - 3(2x)^2 3y + 3(2x)(3y)^2 + (3y)^3$

β) $(a - 1940)^2 = (1940 - a)^2$

γ) $(a - 1821)^3 = -(1821 - a)^3$

B.ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ (να επιλέξετε δύο από τις τρεις ασκήσεις)

ΘΕΜΑ 1. Να λυθεί η εξίσωση :

$$\frac{x-3}{x-2} = \frac{12-4x}{4-x^2}$$

ΘΕΜΑ 2. Δίνονται τα συστήματα :

$$(\Sigma_1): \begin{cases} \frac{1}{3}(x-1) + \frac{2}{5}(y-1) = 0 \\ x + 5y = 6 \end{cases}$$

$$(\Sigma_2): \begin{cases} 2x - y = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$$

α) Να λυθεί το (Σ_1) αλγεβρικά και το (Σ_2) γραφικά (πρόχειρο σχήμα).

β) Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις, σωστή (Σ) ή λανθασμένη (Λ):

i) Τα $(\Sigma_1), (\Sigma_2)$ έχουν κοινή λύση.

ii) Μόνο η λύση του (Σ_1) ανήκει στην διχοτόμο της $1^{\text{ης}}$ γωνίας των αξόνων.

ΘΕΜΑ 3. Δίνονται οι παραστάσεις:

$$\alpha) x^2 - x - 2$$

$$\beta) x^2 - 16$$

$$\gamma) x^2 - 8x + 16$$

$$\delta) x^2 - 2x$$

$$\epsilon) x^2 + 4x$$

$$\sigma\tau) x^2 - 3x - 4$$

i) Να αναλυθούν σε γινόμενο παραγόντων.

ii) Να απλοποιηθούν οι παραστάσεις :

$$A = \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 16} : \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 8x + 16}$$

$$B = \frac{x^2 + 4x}{x^2 - 3x - 4}$$

iii) Να αποδείξετε ότι $AB=1$.

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ**ΘΕΜΑ 1°**

A. Τι ονομάζεται **κλασματική εξίσωση** και πότε **ορίζονται** οι όροι της;

B. Στον παρακάτω πίνακα να αντιστοιχίσετε κάθε στοιχείο της **στήλης A** με ένα μόνο στοιχείο της **στήλης B**.

Στήλη A: Η εξίσωση	Στήλη B: Έχει Διακρίνουσα
α) $ax^2 + bx + c = 0, a \neq 0$	1) $\Delta = b^2$
β) $ax^2 + bx = 0, a \neq 0$	2) $\Delta = -4ac$
γ) $ax^2 + c = 0, a \neq 0$	3) $\Delta = b^2 + 4ac$
	4) $\Delta = b^2 - 4ac$

Γ. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με **(Σ)** αν είναι **σωστές** ή με **(Λ)** αν είναι **λάθος**.

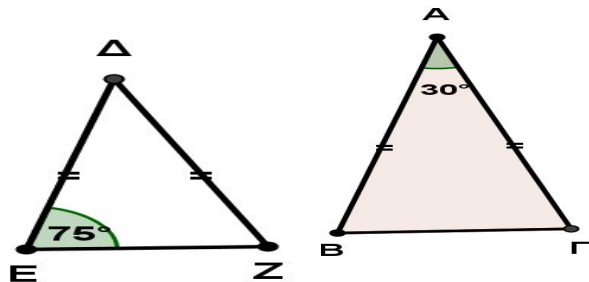
- 1) Η εξίσωση $ax^2 + bx + c = 0$ με $a \neq 0$, έχει **μια τουλάχιστον λύση** αν η διακρίνουσα της είναι θετική ή μηδέν ($\Delta \geq 0$).
- 2) Αν ρ_1, ρ_2 είναι οι **λύσεις** της εξίσωσης $ax^2 + bx + c = 0$ με $a \neq 0$, τότε το **τριώνυμο** $ax^2 + bx + c$ παραγοντοποιείται σύμφωνα με τον τύπο:
 $ax^2 + bx + c = (x - \rho_1)(x - \rho_2)$.

ΘΕΜΑ 2°

A. Πότε δύο **πολύγωνα** λέγονται **όμοια**;

B. Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις με **(Σ)** αν είναι **σωστές** ή με **(Λ)** αν είναι **λάθος**.

- 1) Δύο **ορθογώνια τρίγωνα** είναι ίσα, όταν έχουν δύο αντίστοιχες πλευρές ίσες μία προς μία.
- 2) Τα τρίγωνα του διπλανού σχήματος είναι **όμοια**
- 3) Δύο τρίγωνα που έχουν τις γωνίες τους ίσες μί είναι **ίσα**.



Γ. Να συμπληρώσετε τα κενά στις παρακάτω προτάσεις:

- 1) Αν δύο τρίγωνα έχουν τις πλευρές τους ίσες μία προς μία, τότε είναι
- 2) Αν δύο τρίγωνα έχουν δύο γωνίες ίσες μία προς μία, τότε είναι

Β. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΑΣΚΗΣΗ 1^η

Δίνονται οι παραστάσεις :

$$\alpha = x + 3 + 3x^2 - 2x - 2x^2 - 2$$

$$\beta = (x - 4) \cdot (x + 4) - x \cdot (x - 6)$$

$$\gamma = (x - 1)^2 - 1.$$

- A. 1) Να κάνετε τις **πράξεις** και τις **αναγωγές ομοίων όρων** στις παραστάσεις α και β .
- 2) Να **παραγοντοποιήσετε** την παράσταση γ .
- B. Χρησιμοποιώντας τις **τελικές μορφές** των παραστάσεων α , β και γ που βρήκατε στο (A) ερώτημα να λύσετε την εξίσωση: $2 \cdot \alpha + \beta = \gamma - 19$

ΑΣΚΗΣΗ 2^η

- A. 1) Να βρείτε την **τιμή του α** , έτσι ώστε τα μονώνυμα: $(\alpha + 2) \cdot x^2 \cdot y^2$ και $5 \cdot x^2 \cdot y^2$ να είναι **ίσα**.
- 2) Να βρείτε την **τιμή του β** , έτσι ώστε ο **βαθμός** του μονωνύμου: $7 \cdot x \cdot y^3 \cdot \omega^{\beta+4}$ ως προς όλες τις μεταβλητές του να είναι **10**.

- B. Να λύσετε με όποια **αλγεβρική μέθοδο** θέλετε το παρακάτω γραμμικό σύστημα (όπου α και β οι τιμές που βρήκατε στο ερώτημα A)

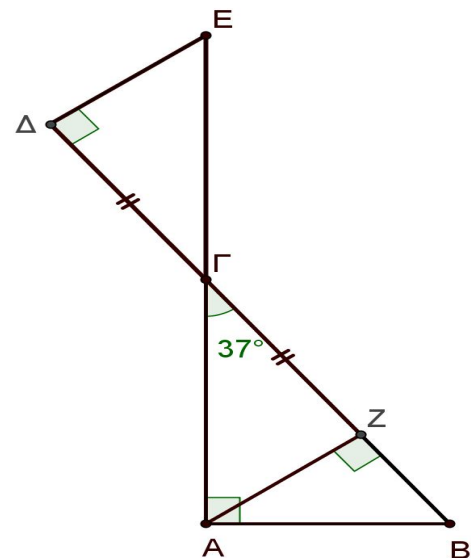
$$\begin{cases} \frac{x + \alpha}{2} - 2 \cdot y = -1 \\ \beta \cdot x + 3 \cdot y = 12 \end{cases}$$

ΑΣΚΗΣΗ 3^η

Στο διπλανό σχήμα τα τρίγωνα $\triangle AB\Gamma$ και $\triangle \Delta E\Gamma$ είναι ορθογώνια με $\hat{A} = 90^\circ$ και $\hat{\Delta} = 90^\circ$ αντίστοιχα, $\hat{A}\hat{\Gamma}B = 37^\circ$. $AZ \perp B\Gamma$ και $\Delta\Gamma = \Gamma E$

- A. Να δείξετε ότι τα τρίγωνα $\triangle AZ\Gamma$ και $\triangle E\Delta\Gamma$ είναι **ίσα** και να συμπληρώσετε τις ισότητες : $\Delta E = \dots$ και $E\Gamma = \dots$
- B. Αφού υπολογίσετε τις γωνίες \hat{E} και \hat{B} , να αποδείξετε ότι τα τρίγωνα $\triangle AZB$ και $\triangle \Gamma\Delta E$ είναι **όμοια**.
- Γ. Αν $AZ = 6\text{cm}$ και $\Delta\Gamma = 8\text{cm}$, να συμπληρώσετε τους λόγους:

$$\frac{AZ}{\dots} = \frac{BZ}{\dots} = \frac{AB}{\dots}$$
 και να υπολογίσετε το **μήκος του BZ**.



Παρατηρήσεις: α) Από τα δύο θέματα θεωρίας να γράψετε μόνο το ένα και από τις τρεις ασκήσεις να γράψετε μόνο τις δύο.

β) Όλες οι απαντήσεις να δοθούν στην κόλλα σας.

γ) Όλα τα θέματα είναι ισόβαθμα.

Α. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

1^ο ΘΕΜΑ

α) Απαντήστε με **Σωστό** ή **Λάθος**.

i) $\sqrt{a+b} = \sqrt{a} + \sqrt{b}$ ii) $(\alpha+\beta)^2 = \alpha^2 + \beta^2 + 2\alpha\beta$ iii) $(\alpha+\beta) \cdot (\gamma+\delta) = \alpha\gamma + \beta\delta$

β) Να συμπληρώσετε τις ισότητες ώστε να γίνουν αξιοσημείωτες ταυτότητες:

i) $(\alpha-\beta) \cdot (\alpha+\beta) = \dots\dots\dots$ ii) $(\alpha-\beta)^3 = \dots\dots\dots$

γ) Να αποδείξετε την ταυτότητα $(\alpha-\beta)^2 = \alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2$

2^ο ΘΕΜΑ

α) Απαντήστε με **Σωστό** ή **Λάθος**.

i) δύο τρίγωνα είναι ίσα αν έχουν δυο πλευρές και μια γωνία τους ίσες.

ii) δύο ορθογώνια τρίγωνα είναι ίσα αν έχουν δυο πλευρές τους ίσες.

iii) Τα σημεία της διχοτόμου μιας γωνίας ισαπέχουν από τις πλευρές της.

β) Να συμπληρώσετε τα κενά:

i) Δύο τρίγωνα είναι ίσα αν έχουν μια πλευρά ίση και τις σε αυτή την πλευρά ίσες μία προς μία.

ii) Τα σημεία της μεσοκαθέτου ενός ευθύγραμμου τμήματος από τα του.

γ) Τι ονομάζουμε διάμεσο ενός τριγώνου και τι ύψος του;

Β. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

1^η ΑΣΚΗΣΗ

α) Να απλοποιήσετε την παρακάτω παράσταση κάνοντας πράξεις και χρησιμοποιώντας τις αξιοσημείωτες ταυτότητες.

$$2(\alpha^2 + \beta^2) - (\alpha - \beta)^2$$

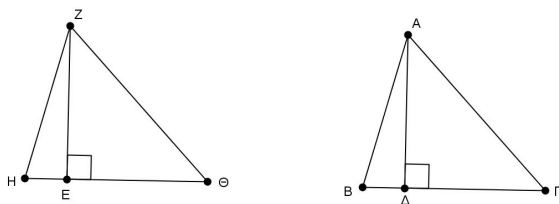
β) Να βρείτε την αριθμητική τιμή της παράστασης που απλοποιήσατε στο ερώτημα α), αν $\alpha + \beta = -3$

2^η ΑΣΚΗΣΗ

α) Να παραγοντοποιήσετε την παράσταση: $3x^2 - 27$

β) Να λύσετε την εξίσωση: $3x^2 - 27 = 0$

3^η ΑΣΚΗΣΗ



Τα παραπάνω τρίγωνα $AB\Gamma$ και $ZH\Theta$ έχουν τα ύψη $A\Delta$ και ZE ίσα ($A\Delta=ZE$). Επίσης έχουν ίσες τις πλευρές $A\Gamma$ και $Z\Theta$ ($A\Gamma=Z\Theta$) και τις γωνίες \hat{H} και \hat{B} ($\hat{H} = \hat{B}$).
Να αποδείξετε ότι: **α)** Τα ορθογώνια τρίγωνα $A\Delta\Gamma$ και $ZE\Theta$ είναι ίσα και

β) Τα τρίγωνα $AB\Gamma$ και $ZH\Theta$ είναι ίσα.

ΠΡΟΣΟΧΗ!

Όλες οι απαντήσεις να δοθούν στη κόλλα σας και όχι σ' αυτό το φυλλάδιο.
Από τα θέματα της θεωρίας πρέπει να απαντήσετε μόνο στο ένα (1^0 ή 2^0 με όλα τα υποερωτήματα) και από τις ασκήσεις μόνο στις δύο (με τα υποερωτήματα τους).

A. ΘΕΜΑΤΑ ΘΕΩΡΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

A. i) Να μεταφέρετε και να συμπληρώσετε στην σελίδα σας τις ταυτότητες:

$$(\alpha - \beta)^2 = \dots, \quad (\alpha - \beta) \cdot (\alpha + \beta) = \dots, \quad (\alpha + \beta)^3 = \dots$$

ii) Να αποδείξετε την ταυτότητα $(\alpha + \beta)^2 = \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2$

B. Σε κάθε αλγεβρική παράσταση της πρώτης στήλης να αντιστοιχίσετε το ανάπτυγμα της από την δεύτερη στήλη.

1 ^η ΣΤΗΛΗ	2 ^η ΣΤΗΛΗ
	1. $4x^2 - 1$
A. $(2x-1)^2$	2. $1+4x^2-4x$
B. $(2-x) \cdot (x+2)$	3. x^3-8
Γ. $(x-2)^3$	4. $4-x^2$
Δ. $(2x+1)(2x-1)$	5. $x^3-6x^2+12x-8$
	6. x^2-4

Γ. Να χαρακτηρίσετε, στην σελίδα σας, την κάθε πρόταση ως Σωστή ή Λάθος:

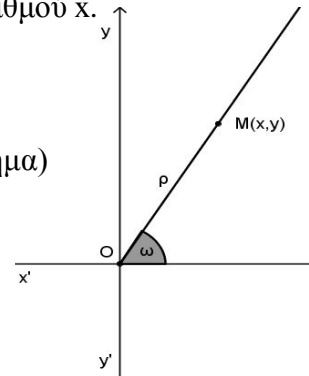
- Τα μονώνυμα $3x^2y$ και $-7x^2y$ είναι όμοια
- Η αλγεβρική παράσταση $6\alpha\beta^3 + 9\alpha\beta^3$ είναι μονώνυμο
- Ο βαθμός του πολυωνύμου $xy^5 - 5x^2y + 2x^3y^2$, ως προς x και y , είναι 8
- Η ρητή παράσταση $\frac{2}{x-1}$ ορίζεται για κάθε τιμή του πραγματικού αριθμού x .

ΘΕΜΑ 2^ο

A.i) Στη σελίδα σας να συμπληρώσετε τους ορισμούς (σύμφωνα με το σχήμα)

$$\eta\mu\omega = \frac{\dots}{\dots}, \quad \sigma\upsilon\nu\omega = \frac{\dots}{\dots}, \quad \epsilon\phi\omega = \frac{\dots}{\dots}$$

ii) Να αποδείξετε την σχέση $\epsilon\phi\omega = \frac{\eta\mu\omega}{\sigma\upsilon\nu\omega}$



B. Σε κάθε τριγωνομετρικό αριθμό της πρώτης γραμμής να αντιστοιχίσετε την τιμή του, από την δεύτερη γραμμή.

Γραμμή I	1. $\eta\mu 90^\circ$	2. $\epsilon\phi 0^\circ$	3. $\sigma\upsilon\nu 180^\circ$	4. $\epsilon\phi 90^\circ$
Γραμμή II	A. 0	B. δεν ορίζεται	Γ. -1	Δ. 1

Γ. Να χαρακτηρίσετε, στην σελίδα σας, την κάθε πρόταση ως Σωστή ή Λάθος:

α. Αν η γωνία ω είναι αμβλεία, τότε $\eta\epsilon\omega < 0$

β. Το $\eta\mu 130^\circ = -\eta\mu 50^\circ$

γ. Για κάθε γωνία ω ισχύει η σχέση $\eta\mu^2\omega = 1 - \sigma\upsilon\nu^2\omega$

δ. Σε οποιοδήποτε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει η σχέση $a^2 = \beta^2 + \gamma^2 - 2\beta\gamma\sigma\upsilon\nu\Lambda$

(ΠΡΟΣΟΧΗ! Από τα δύο θέματα θεωρίας απαντάτε μόνο στο ένα)

Β. ΘΕΜΑΤΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΘΕΜΑ 1^ο

Α. Έστω γωνία ω όπου $0^\circ < \omega < 90^\circ$ και $\eta\mu\omega = \frac{3}{5}$.

Να δείξετε ότι $\sigma\upsilon\nu\omega = \frac{4}{5}$ και $\epsilon\phi\omega = \frac{3}{4}$.

Β. Δίνεται το παρακάτω σύστημα γραμμικών εξισώσεων:

$$\begin{cases} 5 \cdot \eta\mu\omega \cdot x + 10 \cdot \sigma\upsilon\nu\omega \cdot y = 13 \\ 5 \cdot \sigma\upsilon\nu\omega \cdot x - 8 \cdot \epsilon\phi\omega \cdot y = -16 \end{cases}, \text{ όπου } \eta\mu\omega, \sigma\upsilon\nu\omega \text{ και } \epsilon\phi\omega \text{ αυτά του Α}$$

ερωτήματος.

i) Να δείξετε ότι το παραπάνω σύστημα γράφεται στην μορφή

$$\begin{cases} 3x + 8y = 13 \\ 4x - 6y = -16 \end{cases}$$

ii) Να λύσετε το σύστημα αυτό.

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνονται τα πολυώνυμα

$$\Pi(x) = x^2 - 3x - 18, \quad P(x) = x^2 - 6x + 9, \quad \Sigma(x) = x^2 - 3x,$$

$$T(x) = x^2 - 9$$

Α. i) Να λύσετε την εξίσωση $\Pi(x) = 0$.

ii) Να παραγοντοποιήσετε τα $\Pi(x)$, $P(x)$, $\Sigma(x)$ και $T(x)$

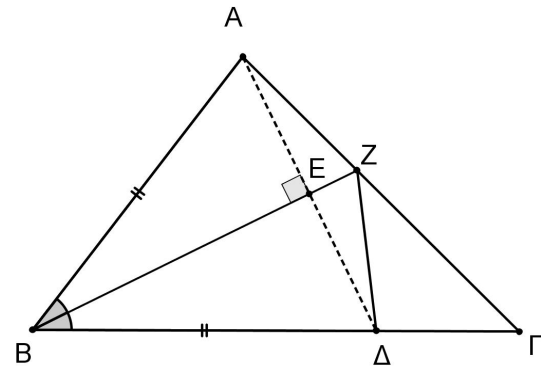
Β. Να απλοποιήσετε τις παραστάσεις $\frac{\Pi(x)}{T(x)}$ και $\frac{P(x)}{\Sigma(x)}$

Γ. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{\Pi(x)}{\Gamma(x)} + \frac{P(x)}{\Sigma(x)} = \frac{9}{\Sigma(x)}$

ΘΕΜΑ 3

Στο διπλανό τρίγωνο ABΓ ισχύει ότι $AB=B\Delta$ και η BZ τέμνει την AΔ στο E (κάθετα) και την AΓ στο Z.

- i) Να συγκρίνετε τα τρίγωνα **BEA** και **BEΔ** και να δείξετε ότι $\hat{A}\hat{B}E = \hat{\Delta}\hat{B}E$
- ii) Να συγκρίνετε τα τρίγωνα **BAZ** και **BΔZ** και να δείξετε ότι $AZ = \Delta Z$.



(ΠΡΟΣΟΧΗ! από τα τρία θέματα ασκήσεων απαντάτε μόνο στα δύο)